

Ա. Ի. ԱԼԻԽԱՆՅԱՆԻ ԱՆՎԱՆ ԱԶԳԱՅԻՆ ԳԻՏԱԿԱՆ ԼԱԲՈՐԱՏՈՐԻԱ (ԵՐԵՎԱՆԻ  
ՖԻԶԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ)

Արման Դերստեփանյանս (Ստեփանյան) Ռաջիկի

Ընդհանրացված գրավիտացիայի տեսության հետազոտություն

Ա.04.02 - «Տեսական ֆիզիկա» մասնագիտությամբ ֆիզիկամաթեմատիկական  
գիտությունների թեկնածուի զիտական աստիճանի հայցման ատենախոսության

ՄԵՂՄԱԳԻՐ

ԵՐԵՎԱՆ – 2020

---

---

A.I.ALIKHANYAN NATIONAL SCIENCE LABORATORY  
(YEREVAN PHYSICS INSTITUTE)

**Arman Derstepanians (Stepanian)**

**STUDIES ON MODIFIED GRAVITY THEORY**

SYNOPSIS

of Dissertation in 01.04.02 – Theoretical physics presented for the degree of candidate  
in physical and mathematical sciences

YEREVAN - 2020

Ատենախոսության թեման հաստատվել է Ա. Ի. Ալիխանյանի անվան Ազգային Գիտական Լաբորատորիայի (ԵրՖի) գիտական խորհուրդում:  
Գիտական ղեկավար՝

Ֆիզ.մաթ. գիտ. դոկտոր, պրոֆեսոր Վ. Գուրզադյան (ԱԱԳԼ)  
Պաշտոնական ընդդիմախոսներ՝

Ֆիզ.մաթ. գիտ. դոկտոր, պրոֆեսոր Ա. Մեղրակյան (ԱԱԳԼ)

Ֆիզ.մաթ. գիտ. թեկնածու Հ. Խաչատրյան (ԱԱԳԼ)  
Առաջատար կազմակերպություն՝ Ֆիզիկայի և աստղագիտության բաժին, Միսուրի  
համալսարան, ԱՄՆ

Պաշտպանությունը կայանալու է 2020 թ. հունիսի 30-ին ժամը 11-ին, ԱԱԳԼ-ում գործող  
ԲՈՂ-ի 024 «Ֆիզիկայի» մասնագիտական խորհրդում (Երևան - 0036, Ալիխանյան  
եղբայրների փ. 2):

Ատենախոսությանը կարելի է ծանոթանալ ԱԱԳԼ-ի գրադարանում:

Մեղմագիրն առաքված է 2020 թ. մայիսի 18-ին:

Մասնագիտական խորհրդի գիտական քարտուղար

Ֆիզ.մաթ գիտ. դոկտոր

Հ. Մարուքյան

---

---

The subject of the dissertation is approved by the scientific council of the A.Alikhanyan National Science Laboratory (AANL).

Scientific advisor:

Doctor of ph-math sciences, professor

V. Gurzadyan (AANL)

Official opponents:

Doctor of ph-math sciences, professor

A. Sedrakyan (AANL)

Candidate of ph-math sciences

H. Khachatryan (AANL)

Leading organization: Department of Physics & Astronomy, University of Missouri, USA

Defense will take place on 30<sup>th</sup> of June at 11:00 on meeting of the special council of the Higher Attestation Commission of RA 024 "Physics", acting in A.Alikhanyan National science Laboratory (Yerevan-0036, st. Alikhanyan Brothers 2).

The dissertation is available at the AANL library.

The synopsis is sent out on 18.05.2020.

Scientific secretary of the special council

Doctor of ph-math sciences

H.Marukyan

## Abstract

The dissertation is devoted to the study of the possible common nature of the dark sector—the dark energy (DE) and dark matter (DM)—within a weak-field modification of General Relativity; currently a number of attempts are made to modify the gravity theories to explain the nature of DE and/or DM. We proceed from a basic Newton theorem on the equivalency of gravitational field of sphere and that of a point-mass located in its center. As the most general function satisfying that theorem contains an additional linear term, it is shown that it leads to the appearance of the cosmological constant  $\Lambda$  in the weak-field limit of General Relativity ( $\Lambda$ -gravity). We consider the astrophysical structures (galaxy binaries, groups, clusters) according to that weak-field General Relativity and show that by considering the virial theorem one can obtain a numerical value for  $\Lambda$  in agreement with its value obtained based on *Planck* satellite data. We propose a critical test based on gravitational lensing which can enable the detection of a discrepancy between  $\Lambda$ -gravity and the standard GR. Based on group-theoretical methods we show the possibility of gravity to be described by two constants i.e.  $G$  and  $\Lambda$ , when the latter at higher-dimensions is dimension-independent and matter-uncoupled. and study the nature these constants. Considering  $\Lambda$  as another physical constant, we arrive at a dimensionless combination of four constants and show that it can be attributed as an information and used to describe the cosmological evolution of Universe; in context of Conformal Cyclic Cosmology it will enable the rescaling of physical constants. We suggest a solution for the recently sharpened “Hubble constant tension” problem. By means of numerical experiments and geometrical methods of theory of dynamical systems, we study the dynamics of N-body gravitating systems by comparing the relative stability of two systems i.e. those described by Newtonian gravity and  $\Lambda$ -gravity; we show that the latter systems are more unstable.

## Timeliness and relevance

The modified theories of gravity are among the main approaches to address any of the problems of dark matter and dark energy. Some theories enable the comparison of their input parameters with observations or accelerator experimental data. Since by now no theory is considered to solve any of those problems, they continue to attract much attention for theoretical and experimental/observational research. The approach developed in the dissertation, on the one hand, enables to describe the common nature of the dark energy and dark matter via a single parameter, the cosmological constant, on the other hand, enables its testing with available and forthcoming observational data. For example, our approach provides a solution to the Hubble tension problem.

## **Aim of the dissertation**

- To introduce a modified theory of gravity, which can provide a common description for the dark sector.
- To propose a critical test which can enable to detect deviations from weak-field General Relativity.
- To study the theoretical consequences of  $\Lambda$ -gravity.
- To compare the current observational data with predictions of  $\Lambda$ -gravity.

## **Novelty of the work**

In the framework of this study, we propose a critical test based on the recent data of gravitational lensing which can make possible the detection of the  $\Lambda$ -form of weak-field General Relativity (GR). Based on group-theoretical methods, we reveal the properties of  $\Lambda$ -weak-field GR and of the involved constants in higher dimensions. The derived dimensionless quantity is shown to be useful in cosmological context. We obtain the numerical estimations for  $\Lambda$  in hierarchical astrophysical scales and suggest a natural explanation to the Hubble tension problem. We compare the stability of N-body gravitating systems including defined by  $\Lambda$ -gravity.

## **Practical value**

The results and quantitative predictions formulated in the dissertation can be used at the interpretation of the available observational astronomical data, of the data obtained at accelerator and other experimental facilities, to initiate new corresponding surveys and projects in order to reveal the nature of the dark matter and dark energy.

## Main points to defend

We study the main consequences of  $\Lambda$ -gravity from observational, as well as theoretical points of view. For the former, as an approach of gravity capable to describe the dark sector in a unified picture, we calculate the numerical value of  $\Lambda$  according to virial theorem for different astrophysical configurations and find that the values of  $\Lambda$  for all these cases are in agreement with the reported value of *Planck* satellite. We suggest a natural solution for the Hubble constant tension problem, where the presence of  $\Lambda$  in GR equations ensures the reported value of *Planck* as of the “global Hubble constant” and its presence in the weak-field limit in agreement with the values reported by *Hubble Space Telescope*, as the “local Hubble constant”. We compared the stability of Newtonian gravity and  $\Lambda$ -gravity in the dynamics of N-body systems and showed that for  $\Lambda$ -gravity the systems become more unstable. We study the properties of  $G$  and  $\Lambda$  as of constants of gravity at higher dimensions and reveal the difference in their properties, with cosmological consequences. We derive a numerical value for a parameter for gravitational lens ESO325-G004 to test weak-field General Relativity at forthcoming observations.

## Structure of the dissertation

The dissertation consists of Introduction, three chapters, conclusion, list of used literature, includes figures and tables.

## Content of the dissertation

In the **Introduction** we discuss the current status of dark sector problem according to theoretical studies, as well as observational results reported by *Planck* satellite, give an account of modified gravity theories, introduce the main concepts of the approach to modified weak-field General Relativity developed in next chapters.

In the **first** chapter we consider the modified weak-field General Relativity at spherical symmetric case in the form

$$g_{00} = 1 - \frac{2Gm}{r} - \frac{\Lambda r^2}{3}; \quad g_{rr} = \left(1 - \frac{2Gm}{r} - \frac{\Lambda r^2}{3}\right)^{-1}.$$

as a result of application of the Newton theorem on the identity of the gravity of a sphere and of a point mass. We show that this approach enables one to describe the dark sector via a

common approach involving a single parameter, the cosmological constant. Namely, it is shown that, one can obtain the numerical value of  $\Lambda$  based on the reported values of astrophysical structures (e.g. galactic halos, galaxy clusters)

$$\Lambda = \frac{3\sigma^2}{2c^2R}$$

where  $R$  and  $\sigma$  are the virial radius and velocity dispersion. Then, we propose a critical test based on the recently reported data of gravitational lens ESO325-G004. We obtain a critical parameter based on  $\Lambda$ -gravity as follows

$$\gamma = 1 - \frac{\Lambda c^4 r^4}{12G^2 M^2}$$

considering the data of ESO325-G004,  $\gamma = 0.998$ . Future observations will indicate a discrepancy, if any, between GR and  $\Lambda$ -gravity. For comparison, we show the impossibility of an alternative model of “negative mass” to describe the observations.

In the **second** chapter we use group-theoretical methods to prove regarding the identification of the cosmological constant in the weak-field General Relativity. Namely, in the language of group theory Newton theorem states reveals the geometries where  $O(3)$  is the stabilizer subgroup. Starting from the General Relativity equations we have the following three

Sign	Spacetime	Isometry Group	Curvature
$\Lambda > 0$	de Sitter (dS)	$O(1,4)$	+
$\Lambda = 0$	Minkowski (M)	$IO(1,3)$	0
$\Lambda < 0$	Anti de Sitter (AdS)	$O(2,3)$	-

asymptotic geometries based on the sign of  $\Lambda$ . Then, we have

$$dS = \frac{O(1,4)}{O(1,3)}, M = \frac{IO(1,4)}{O(1,3)}, AdS = \frac{O(2,3)}{O(1,3)}$$

which means that at each point of these spacetimes one has exact Lorentz symmetry. All above spacetimes possess spherical symmetry (in Lorentzian sense) at each point, and in the non-relativistic limits the above spacetimes yield

$$O(1,4) \rightarrow (O(3) \times O(1,1)) \ltimes R^6, O(2,3) \rightarrow (O(3) \times O(2)) \ltimes R^6$$

$$IO(1,3) \rightarrow (O(3) \times R) \ltimes R^6$$

and in non-relativistic limits

$$NH^+(4) = \frac{(O(3) \times O(1,1)) \ltimes R^6}{O(3) \times R^3}, NH^-(4) = \frac{(O(3) \times O(2)) \ltimes R^6}{O(3) \times R^3}$$

$$Gal(4) = \frac{(O(3) \times R) \ltimes R^6}{O(3) \times R^3}$$

whence the spatial geometry for all cases is Euclidean i.e. E(3). Thus, O(3) is a stabilizer group of E(3) geometry.

Then we generalize the above results in higher dimensions and study the properties of the constants, i.e. at symmetry group O(d). As a result we show that,  $\Lambda$  is dimension-independent and remains matter-uncoupled and hence can be considered as even more universal than the gravitational constant G. Considering  $\Lambda$  as the fourth physical constant, we show that then it is possible to construct a sequence of dimensionless quantities

$$\left(\frac{c^3}{\hbar G \Lambda}\right)^a$$

which can be given cosmological information content, to describe the phases of the evolution of Universe.

In the **third** chapter we consider observational consequences of  $\Lambda$ -gravity, e.g. for a sample pairs of galaxies we have

Subsamples	$\sigma$ (Km/s)	$M_{200}$ ( $M_{\odot}$ )	$\Lambda$ ( $m^{-2}$ )
Total Sample	223 $\pm$ 24	(6.9 $\pm$ 2.2)E12	5.64E-51
Non Interacting	200 $\pm$ 38	(5.0 $\pm$ 3.0)E12	5.62E-51
Interacting Pairs	237 $\pm$ 29	(8.3 $\pm$ 3.0)E12	5.63E-51
Red Pairs	264 $\pm$ 28	(11.4 $\pm$ 3.7)E12	5.65E-51
Blue Pairs	167 $\pm$ 45	(2.9 $\pm$ 2.4)E12	5.64E-51
Higher Luminosity Pairs	278 $\pm$ 27	(13.2 $\pm$ 3.8)E12	5.69E-51
Lower Luminosity Pairs	149 $\pm$ 50	(2.0 $\pm$ 2.0)E12	5.75E-51
Average			5.66E-51
St. deviation			4.21E-53

For a group of galaxies (in the Leo/Cancer region) we obtain

Group	$\sigma_V(km/s^{-1})$	$R_A(kpc)$	$\Lambda(m^{-2})$
NGC2648	55	128	3.24E-51
NGC2775	89	296	1.59E-51
NGC2891	50	458	2.09E-52
NGC2962	53	161	1.90E-51
NGC2967	62	507	2.63E-52
UGC5228	40	188	7.95E-52
NGC3023	21	35	6.32E-51
NGC3020	45	44	1.84E-50
NGC3049	15	144	1.91E-52
UGC5376	66	253	1.20E-51
NGC3166	44	126	2.14E-51
NGC3227	74	128	5.87E-51
NGC3338	50	112	3.50E-51
NGC3379	193	191	1.79E-50
NGC3423	21	570	2.38E-53
NGC3521	37	132	1.38E-51
NGC3596	42	41	1.84E-50
NGC3607	115	471	1.05E-51
NGC3626	86	187	3.72E-51
NGC3627	136	201	8.04E-51
NGC3640	134	252	4.97E-51
NGC3686	91	175	4.75E-51
NGC3810	43	360	2.51E-52
Average			4.62E-51
St. deviation			5.70E-51

In all considered galaxy systems the obtained values of  $\Lambda$  are in agreement with the value of the cosmological constant following from *Planck* satellite data. Then, we propose a solution for the recently sharpened “Hubble constant tension” problem. Namely, we show that, on the one hand, by considering  $\Lambda$  in GR equations, one obtains the value of so-called “global Hubble constant” measured by *Planck* satellite

$$H^2(t) = \frac{8\pi G\rho_{global}}{3} + \frac{\Lambda c^2}{3} - \frac{kc^2}{a(t)^2}$$



On the other hand, one can use the McCrea-Milne cosmological model for  $\Lambda$ -gravity and obtain the “local Hubble constant”, i.e. the measured by *Hubble Space Telescope*:

$$H(t)^2 = \frac{8\pi G\rho_{local}}{3} + \frac{\Lambda c^2}{3}$$

We also show that, the theoretically obtained value of “local Hubble constant” via the “local density” of bound astrophysical structures i.e. the Local Group, Virgo Cluster, Virgo supercluster and Laniakea supercluster agrees with the H-value reported by Hubble Space Telescope in our local neighborhood.

Object	Mass ( $M_{\odot}$ )	Distance from LG (Mpc)
Local Group	$2 \times 10^{12} M_{\odot}$	$1.95 \pm 0.06$
Virgo cluster	$1.2 \times 10^{15} M_{\odot}$	$3.45_{0.32}^{0.46}$
Virgo supercluster	$1.48 \times 10^{15} M_{\odot}$	$2.26_{0.56}^{0.51}$
Laniakea	$10^{17} M_{\odot}$	$5.00_{2.99}^{2.07}$

Then, we study the stability N-body gravitating systems. We use the Ricci curvature criterion to compare the relative instability of two systems, i.e. those described by Newtonian and  $\Lambda$ -gravities. That criterion uses the Jacobi - Levi-Civita equation (of deviation of geodesics)

$$\frac{d^2 z}{ds^2} = -\frac{1}{3N} \mathbf{r}_u(s) + \langle \|\nabla_u n\|^2 \rangle$$

where the Ricci curvature is

$$\mathbf{r}_u(s) = \frac{Ric(u, u)}{u^2} = \sum_{\mu=1}^{3N-1} K_{e_{\mu}u}(s), (e_{\mu} \perp u, e_{\mu} \perp e_{\nu}, \mu \neq \nu)$$

$$Ric_{\alpha\beta} = -\frac{1}{2} \frac{\Delta W}{W} g_{\alpha\beta} - \frac{(3N-2)W_{\alpha\beta}}{2W} + \frac{3(3N-2)W_{\alpha}W_{\beta}}{4W^2} - \frac{(3N-4)\|dW\|^2}{4W^2} g_{\alpha\beta}$$

Consequently, among the two systems more unstable is the one with smaller negative Ricci curvature

$$\mathbf{r} = \frac{1}{3N} \inf_{0 \leq s \leq s_*} \mathbf{r}_u(s), \mathbf{r} < 0$$

For our aim, we simulated systems with typical parameters of galaxy clusters,  $N = 1,000$  particles (galaxies), mass  $m = 10^{11} M_{\odot}$ , a sphere of  $R = 1.5$  Mpc. We calculated the values

of Ricci curvature for both type of systems during cosmological time interval [2.4 Gyr - 17.4 Gyr], as shown in Fig.1 We show that according to that criterion such spherical N-body systems are more unstable (chaotic) when determined by  $\Lambda$ -gravity.

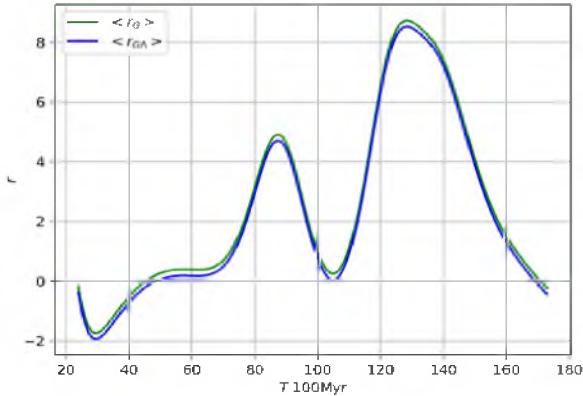


Figure 1.

In **Conclusions**, the main results of the dissertation are listed:

1- A critical test of gravitational lensing is proposed for the parameter of the parametrized post-Newtonian (PPN) formalism  $\gamma=0.998$  (normalized to given lens mass and light impact distance), which if observed at gravity lenses with proper significance will reveal the weak-field modification of General Relativity.

2- The weak-field limit of General Relativity based on the Newton's theorem on sphere-point identity reveals that the gravity is defined by two fundamental constants, the gravitational constant  $G$  and the cosmological constant  $\Lambda$ . The higher dimensional analysis of Newton theorem shows that in contrast to  $G$ ,  $\Lambda$  preserves its dimensionality and remains matter-uncoupled and hence can be considered as even more universal than the gravitational constant  $G$ .

3- Consideration of  $\Lambda$  as one of the fundamental constants enables one to construct a whole class of dimensionless quantities and eventually describe the “Information” evolution of the Universe.

4- The unified picture of the dark sector - dark matter and dark energy - based on the weak-field modified General Relativity is shown to be valid for hierarchical astrophysical configurations from galaxy binaries, galaxy groups up to galaxy clusters. Besides the so-called “standard” galaxies, the “extreme” ones regarding the nature of dark matter, are shown to also fit the  $\Lambda$ -gravity.

5- It is shown that  $\Lambda$ -gravity provides a natural explanation for the so-called “Hubble constant-tension” problem, in agreement with both “local” and “global” measurements of the Hubble constant.

6- Considering the stability problem of N-body gravitating systems of the parameters of galaxy clusters, it is shown that the  $\Lambda$ -gravity makes the configurations more unstable as compared to those governed by Newtonian gravity.

## **Publications list**

- 1-** V.G. Gurzadyan, A. Stepanian, Two fundamental constants of gravity unifying the dark matter and the dark energy, *Eur. Phys. J. C*, 78, 632 (2018)
- 2-** V.G. Gurzadyan, A. Stepanian, Gravity lense critical test for gravity constants and dark sector, *Eur. Phys. J. C*, 78, 869 (2018)
- 3-** V.G. Gurzadyan, A. Stepanian, Cosmological constant as a fundamental constant, *Eur. Phys. J. Plus*, 134, 98 (2019)
- 4-** V.G. Gurzadyan, A. Stepanian, The cosmological constant derived via galaxy groups and clusters, *Eur. Phys. J. C*, 79, 169 (2019)
- 5-** A. Stepanian, On the invalidity of “negative mass” description of the dark sector, *Mod. Phys.Lett. A*, 34, 1975002 (2019)
- 6-** A. Amekhyan, S. Sargsyan, A. Stepanian, On the role of dust in the microwave emission of galactic halos, *Mod.Phys.Lett. A*, 34, 1950308 (2019)
- 7-** V.G. Gurzadyan, A. Stepanian,  $H_0$  tension: clue to common nature of dark sector? *Eur. Phys. J. C*, 79, 568 (2019)
- 8-** V.G. Gurzadyan, A.A. Kocharyan, A. Stepanian, On the Lambda-evolution of galaxy clusters , *Eur. Phys. J. C*, 80, 24 (2020)

The main results of the dissertation were reported at the seminars at the Alikhanian National Science Laboratory, at European Physical Society conference in Rome (2019), several other seminars and conferences.

## Ընդհանրացված գրավիտացիայի տեսության հետազոտություն

### *Անկոփում*

Ատենախոսությունը նվիրված է ընդհանրացված գրավիտացիայի տեսության հետազոտությանը՝ Հարաբերականության ընդհանուր տեսության թույլ դաշտի մոտավորության ընդհանրացման տարբերակին: Համաձայն *Planck* արբանյակի տվյալների, մութ նյութը և մութ էներգիան կազմում են տիեզերքի ընդհանուր պարունակության գրեթե 96 տոկոսը, և տարբեր մոտեցումներ են առաջարկվել դրանց բնույթը բացատրելու համար: Մեր աշխատանքում ուսումնասիրված մոտեցումը հիմնված է Նյուտոնի թեորեմի վրա՝ սֆերայի և կետային մասնիկի գրավիտացիայի նույնության վերաբերյալ, և հնարավորություն է տալիս միասնական կերպով նկարագրել մութ նյութը և մութ էներգիան միայն մեկ պարամետրի՝ կոսմոլոգիական հաստատունի միջոցով: Արտածվել է բանաձև, ըստ որի հնարավոր է ստանալ նշյալ հաստատունի թվային արժեքը աստղաֆիզիկական համակարգերի (գալակտիկաների խմբերի և կույտերի) տվյալների միջոցով: Առաջարկվել է կրիտիկական փորձ՝ վերջերս հայտնաբերված գրավիտացիոն ոսպնյակի տվյալներով, ըստ որի հնարավոր կլինի հստակորեն գրանցել Հարաբերականության ընդհանուր տեսության և վերոնշյալ ընդհանրացված գրավիտացիայի տեսության կանխատեսումների տարբերությունը: Խմբերի տեսության կիրառմամբ՝ ժամանակատարածական ամեն կետում Լորենցյան սիմետրիայի առկայության, իզոմետրիաների խմբերի և օրթոգոնալ ձևափոխությունների առկայությամբ, ձևակերպվել է Նյուտոնի թեորեմը բարձր չափողականություններում, որտեղից բխում են կոսմոլոգիական հաստատունի, որպես հիմնարար ֆիզիկական հաստատունի հասկությունները:

Դիտարկելով կոսմոլոգիական հաստատունը, որպես ֆիզիկական հիմնարար հաստատուն, արտածվել է է անչափ մեծություն, որը ինչպես ցույց է տրվել, որպես

կոսմոլոգիական ինֆորմացիայի չափանիշ, ներառում է տիեզերքի էվոլյուցիայի հատկություններ: Հիմնվելով վերոնշյալ ընդհանրացված գրավիտացիայի տեսության վրա, առաջարկվել է լուծում՝ Հարլի հաստատունի խնդրի (Hubble constant tension) համար: Ապա, օգտագործելով դինամիկական համակարգերի տեսության երկրաչափական մեթոդները հետազոտվել է գրավիտացիոն համակարգերի համեմատական կայունությունը՝ նյութոնյան և ընդհանրացված գրավիտացիայի դեպքերում; վերջինները, ինչպես ցույց են տրվել հաշվարկները, ավելի անկայուն են:

# Исследования по модифицированной теории гравитации

## *Резюме*

Диссертация посвящена изучению варианта модифицированной (обобщенной) теории гравитации - обобщению приближения слабого поля Общей теории относительности. По современным данным (включая спутника "Планк"), темная материя и темная энергия составляют около 96 % от общего содержания вселенной. В данной работе изучается вариант модифицированной теории гравитации, основанный на теореме Ньютона об эквивалентности гравитации сферы и точечной массы. Показано, что данный подход позволяет описание темного сектора – темного вещества и темной энергии, с помощью единственного параметра – космологической константы. В работе предложен критический эксперимент с использованием данных гравитационных линз, для выявления отличий предсказаний Общей теории относительности и приведенной обобщенной теории гравитации. Применением теории групп относительно Лоренцевой симметрии, групп изометрий и ортогональных преобразований, сформулирована вышеупомянутая теорема в многомерии, откуда следуют свойства космологической постоянной, как фундаментальной физической постоянной. Рассматривая космологическую постоянную, как четвертую физическую постоянную, выведена безразмерная величина, которой, как показано, можно приписать свойства фаз эволюции Вселенной, включая в рамках конформной периодической космологической модели. В рамках рассмотренной модифицированной теории гравитации предложено решение так называемой проблемы

постоянной Хаббла (Hubble constant tension). С использованием геометрических методов теории динамических систем исследована сравнительная неустойчивость гравитационных систем в случае Ньютоновской и обобщенной гравитации; последние, как показали численные эксперименты, являются более неустойчивыми.

