“УТВЕРЖДАЮ”

Декан Факультета Точных и
Естественных Наук
Государственного Университета
им. Акакия Церетели
Н. Джулакидзе

06.04.20

О Т З Ы В.

На диссертационную работу Симонян Лусине Суреновны «Некоторые вопросы о сходимости кратных рядов Фурье» на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности А.01.01 – математический анализ.

Диссертационная работа посвящена одному из классических направлений теории функций сходимости рядов Фурье и представления функций рядами или последовательностями. Такого представления можно достичь, рассматривая, к примеру, пределы различных подпоследовательностей частичных сумм универсального ряда, либо его перестановки и их суммы, либо суммы рядов, полученных из универсального подходящим выбором знаков.

Существование функций и рядов, универсальных тем или иным смыслом в различных классах функций, изучалось многими математиками.

Первые примеры универсальных функций были построены Биркгофом в рамках комплексного анализа, при этом целые функции представлялись в любом круге равномерно сходящимися сдвигами универсальной функции, Марцинкевичем в рамках действительного анализа, при этом любая измеримая функция представлялась как предел почти всюду некоторой последовательности разностных отношений универсальной функции. Теория представления функций рядами является одним из важных направлений анализа. Она возникла в связи с методом Фурье решения краевых задач математической физики и постоянно находилось в круге интересов ведущих математиковю. Задачи, изучающийся в ее рамках всегда играли важную роль в математике. Понятие универсального ряда восходит к работам Меньшова и Талаляна и их учеников. Универсальные ряды также изучались во многих работах и имеется значительная информация о свойствах таких рядов.

Диссертационная работа (состоящая из введения, четырех глав и списка литературы) продолжает цикл работ М. Григоряна и его учеников в этом направлении. При этом рассматривается естественная ситуация, когда универсальный ряд является рядом Фурье некоторой функции (универсальной функции) относительно заданной ортонормированной системы (двойной системы Уолша в данной работе).

Во введении даётся обзор исследуемого направления и тех результатов, которые тем или иным образом имеют существенное отношение к теоремам диссертационной работы. Кратко описаны важнейшие результаты и история исследования данного направления и показана актуальность темы. Далее, дан краткий обзор полученных автором результатов.

В первой главе работы построена интегрируемая функция (Теорема 1.1) двойной ряд Фурье-Уолша, которой сходится как по прямоугольникам так и по сферам, коэффициенты из спектра положительны и расположены в убывающем порядке по всем направлениям, и после выбора подходящих знаков для ее коэффициентов Фурье сферические частичные суммы вновь полученного ряда плотны $L^p[0,1]^2$, p∈(0,1). Также доказано, что большинство функций обладают этим свойством (Теорема1.2): структура этих универсальных функций описывается с точки зрения широко известных классических теорем Лузина и Меньшова "Об исправлении функций".

Вторая глава диссертационной работы посвящена вопросам, существования универсальных в весовых пространствах $L^p_\mu[0,1)^2, p \geq 1$ рядов по двойной системе Уолша, а также, исправления функций на множестве малой меры. В теореме 2.5 в частности доказывается, что для любого положительного числа ε можно найти множество $E \in$ T= $[0,1]^2$, $mesE > 1-\varepsilon$ и весовая функция $\mu(x,y)$ такие, что для любой функции $f(x,y) \in L^p_\mu[T], p \geq 1$ найдётся функция $g(x,y) \in L^p_\mu(T) \cap L(T), p \geq 1$, совпадающая с данной функции на E такая, что как сферические так и прямоугольные частичные суммы ряда Фурье вновь полученной функции по двойной системе Уолша сходятся к ней одновременно по нормам $L^p_\mu(T)$ и $L^1(T)$, а все ненулевые коэффициенты Фурье исправленной функции расположены в убывающем порядке по всем направлениям.

В третьей главе доказано, что для любого $\varepsilon > 0$ существует множество E, $\mu E > 1 - \varepsilon$ и подпоследовательность натуральных чисел $\{ R_k \}$ плотности 1, такие, что значение любой интегрируемой функции от двух переменных можно так изменить только на множестве E, что подпоследовательность S_{R_k} сферических частичных сумм ряда Фурье вновь полученной функции по двойной системе Виленкина (ограниченного или неограниченного типа) сходится почти всюду и все ненулевые коэффициенты Фурье исправленной функции расположены в убывающем порядке по всем направлениям.

На наш взгляд, диссертационная работа содержит весьма интересные результаты, вносящие весомый вклад в теорию универсальных рядов.

Полученные автором результаты являются новыми. Все утверждения работы достоверны и полностью доказаны.

Имеется некоторое количество опечаток:

1. На 10-ой странице в шестой строке вместо $([0;\varepsilon] \times [0;1]) \cup ([0;\varepsilon] \times [0;1])$ должен быть $([0;\varepsilon] \times [0;1]) \cup ([0;1] \times [0;\varepsilon])$, в двадцатой строке последняя часть о мере множества E можно перевести в начало и написать в виде определения.

2. На 15-ой странице в седьмой строке отсутствует “$M_j = 2^{n_{j-1}}$, когда $j \geq 1$” и написана $\delta_k^{(n)} = \pm 1, k = 0,1,2,\ldots$, но должно быть $\delta_{k,s}^{(n)} = \pm 1, k,s = 0,1,2,\ldots$.

3. На 16-ой странице в восьмой строке отсутствует “$a_{k,s} = 0$, в остальных случаях”.

4. В двадцатой строке формула (1.2.24) должен иметь следующий вид: $\delta_{k,s} = \delta_{k,s}^{(n)}, k,s \in [M_{2n}; M_{2n+1})$ и $\delta_{k,s} = 1$ в остальных случаях, $n = 1,2,\ldots$.

5. На 50-ой странице замечены некоторые упущения:

в семнадцатой строке вместо "intervals of type $\Delta_j^{(k)}$" должен быть "rectangles of type $\Delta_r^{(l)} \times \Delta_s^{(n)}$",

в восемнадцатой строке множество B должен определяться следующим образом:

$$B := \{f(x;y): f(x;y) = \sum_{i=1}^{\nu_0} \gamma_i \chi_{\Delta_i}(x,y), (\gamma_i, \Delta_i) \in \{\gamma, \Delta\}, \Delta_i \cap \Delta_{i'} = \emptyset, i \neq i'\}.$$

Все эти опечатки не снижают общего благоприятного впечатления от диссертации.

Автореферат и публикации по теме диссертации отражают ее основное содержание.

Учитывая вышесказанное считаем, что работа удовлетворяет всем требованиям к кандидатской диссертациям по специальности А.01.01 - а её автор Симонян Лусине Суреновна заслуживает учёной степени кандидата физико-математических наук.

На заседании присутствовали сотрудники департамента математики: проф. Г.Г.Ониани, проф. З.Сохадзе, проф. Т.Кемоклидзе, асоц. проф. Е.Джапаридзе, асоц. проф. Г.Тетвадзе, асоц. проф. Н. Горгодзе, асоц. проф. И.Цивцивадзе, асоц. проф. Т. Бокелавадзе.

Руководитель департамента математики
Доктор физико-математических наук,
профессор Г. Г. Ониани

25.03.20