Հաստատում եմ
Խաչատուր Աբովյանի անվան հայկական
պետական մանկավարժական
համալսարանի ռեկտոր պրոֆեսոր
Ռուբեն Միրզախանյան
_____________2020թ.

ԿԱՐԾԻՔ

ԱՌԱՋԱՏԱՐ ԿԱԶՄԱԿԵՐՊՈՒԹՅԱՆ
ԽԱՉԱՏՈՒՐ ԱԲՈՎՅԱՆԻ ԱՆՎԱՆ ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՊԵՏԱԿԱՆ ՄԱՆԿԱՎԱՐԺԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ԵՎ ՆՐԱ ԴԱՍԱՎԱՆԴՄԱՆ ՄԵԹՈԴԻԿԱՅԻ ԱՄԲԻՈՆԻ 25.11.2020թ. N 9 ՆԻՍՏԻ

Մետաքսյա Հովհանի Ավետիսյանի «P-ադիկ լարերի տեսության որոշ ոչ գծային ինտեգրալ հավասարումներ» վերնագրով Ա.01.02 - մասնագիտությամբ ֆիզիկամաթեմատիկական գիտությունների թեկնածուի գիտական աստիճանի հայցման համար ներկայացված ատենախոսության վերաբերյալ

Նիստին ներկա էին. ամբիոնի վարիչ ֆ.մ.գ.դ., պրոֆեսոր Լ.Գ. Ղուլղազարյանը, ֆ.մ.գ.դ., պրոֆեսոր Լ.Գ. Արաբաջյանը, ֆ.մ.գ.դ., պրոֆեսոր Ս.Ք. Հարությունյանը, ֆ.մ.գ.դ., պրոֆեսոր Գ.Ռ. Ղուլղազարյանը, մ.գ.դ., պրոֆեսոր Հ.Ս. Միքայելյանը, մ.գ.թ., պրոֆեսոր Ա.Խ. Ղուշչյանը, մ.գ.դ., դոցենտ Մ.Ա. Մկրտչյանը, ֆ.մ.գ.թ., դոցենտ Վ.Կ. Վարդազարյանը, ֆ.մ.գ.թ., դոցենտ Ս.Ա. Խաչատրյանը, ֆ.մ.գ.թ., դոցենտ Վ.Ա.Ներսեսյանը, ֆ.մ.գ.թ., դոցենտ Ս.Ս. Դավիդովը, ֆ.մ.գ.թ. Գ.Ռ. Ասատրյանը, մ.գ.թ.,դոցենտ Վ.Վ. Վարդապետյանը, մ.գ.թ., դոցենտ Ա.Տ. Մկրտչյանը, մ.գ.թ. Ա.Վ. Ենոքյանը, դոցենտ Օ.Վ. Սահակյանը, դասախոսներ Ա.Հ. Գրիգորյանը, Ա.Ի. Մինասյանը, Ն.Ս.Դովլաթյանը:

Միասնական դաշտի տեսության ստեղծումը ժամանակակից մաթեմատիկական ֆիզիկայի կարևորագույն պրոբլեմներից մեկն է: Վերջին տարիներին այդ պրոբլեմին նվիրված բազմաթիվ գիտական աշխատանքներ են հրատա-րակվել, որոնց հիմքում ընկած է p-ադիկ լարերի դինամիկ տեսությունը:Այդ տեսության զարգացման մեջ մեծ ներդրում ունեն ՌԴ ԳԱ ակադեմիկոս Վ.Ս. Վլադիմիրովը և իր գիտական դպրոցի անդամները: Լարերի p-ադիկ տեսության մի շարք խնդիրներ հանգում են իրական առանցքի վրա փաթեթի տիպի ոչ գծային ինտեգրալ հավասարումների:Այդ հավասարումների լուծելիության հարցերի պարզաբանումը կնպաստի ֆիզիկական համապատասխան տեսությունների հետագա զարգացմանը:

Նման տեսակի ինտեգրալ հավասարումներ առաջանում են նաև համաճարակների տարածման մաթեմատիկական տեսությունում:Ներկա ատենախոսությունը նվիրված է վերոհիշյալ տեսություններում առաջացած հավասարումների և դրանց ընդհանրացումների լուծելիության հարցերին: Ատենախոսության թեման,անշուշտ, *արդիական* է: Տվյալ աշխատանքում դիտարկվող ինտեգրալ հավասարումների լուծելիության հարցերի ուսումնասիրությունը բավականին բարդ է, որը պայմանավորված է նրանով, որ անշարժ կետի դասական սկզբունքների կիրառությունը տվյալ դեպքերում միշտ չէ որ բերում ցանկալի արդյուքի:Դրա պատճառներից մեկը այն, որ շատ դեպքերում հավասարումների միջոցով որոշվող ինտեգրալ օպերատորները կոմպակտ օպերատորներ չեն :Դա նշանակում է, որ յուրաքանչյուր դեպքում համապատասխան հավասարման ուսումնասիրության համար պահանջում է մշակել առանձնահատուկ մոտեցում:

Ատենախոսության առաջին գլխում դիտարկվել են փաթեթի տիպի ոչ գծային ինտեգրալ հավասարումների հետևյալ համակարգերը՝

$$a_i f_i^3(x)+(1-a_i)f_i(x)=\sum_{j=1}^{n}\int_R K_{ij}(x-t)f_j(t)dt,\ x\in R,\ i=1,2,\dots n, \qquad (1)$$

որոնելի $f(x)=(f_1(x),f_2(x),\dots f_n(x))^T$ վեկտոր-ֆունկցիայի նկատմամբ: Ենթադրվում է, որ $a_i\in(0,1]$ թվային պարամետրեր են, իսկ K_{ij}-ն R-ի վրա որոշված ֆունկցիաներ են, որոնք բավարարում են հետևյալ պայմաններին՝

$$K_{ij}(-x)=K_{ij}(x),\ x\in R^+\equiv[0,\infty);\ K_{ij}(x)>0,\ x\in R,\ i,j=1,2,\dots n\ ; \qquad (2)$$

$$K_{ij} \in L_1(R) \cap C_M(R);\ K_{ij}(x) \downarrow \text{ ըստ } x-\text{ի } R^+\text{-ում}; \tag{3}$$

$$a_{ij} \equiv \int_R K_{ij}(t)dt,\ i,j = 1,2,\dots n,\ A = (a_{ij})_{i,j=1}^n,\ r(A) = 1, \tag{4}$$

որտեղ $r(A)$-ն՝ A մատրիցի սպեկտրալ շառավիղն է: (1) համակարգը ունի անմիջական կիրառություն լարերի p-ադիկ տեսության մեջ:

Այն դեպքում, երբ (1) համակարգում K_{ij} ֆունկցիաները բավարարում (2)-(4) պայմաններին աշխատանքում կառուցվում է այդ հավասարման մոնոտոն սահմանափակ անընդհատ լուծումը (Թեորեմ 1.2) : Այդ կառուցումը իրագործելիս դիտարկվում է $R^+ \equiv [0,\infty)$ կիսաառանցքի վրա գումարատարբերակային կորիզներով ոչ գծային օժանդակ համակարգ՝

$$a_i\varphi_i^3(x) + (1-a_i)\varphi_i(x) = \sum_{j=1}^n \int_0^\infty (K_{ij}(x-t) - K_{ij}(x+t))\varphi_j(t)dt, \tag{5}$$

որի $\varphi(x) = (\varphi_1(x), \varphi_2(x), \dots \varphi_n(x))$ լուծման միջոցով ստանում են (1) համակարգի $f(x)$ լուծումը (Լեմմ 1.2):

(5) համակարգը ինքնին հետաքրքիր է կիրառական տեսակետից, ուտի առաջին գլխի կարևոր արդյունքներից է Թեորեմ 1.1-ը:

Աշխատանքի երկրորդ գլխում ուսումնասիրվում են հետևյալ տեսքի ոչ գծային ինտեգրալ հավասարումների լուծելիության հարցերը՝

$$Q(\varphi(x_1, x_2, \dots x_n)) = \int_{R^n} K_1(x_1 - t_1) \cdot K(x_2 - t_2) \dots K_n(x_n - t_n)\varphi(t_1, \dots t_n)dt_1 \dots dt_n \tag{6}$$

որոնելի $\varphi(x_1, \dots x_n) \in L_\infty(R^n)$ ֆունկցիայի նկատմամբ, որտեղ K_i ֆունկցիաները բավարարում են

$$K_i(x) > 0,\ \ x \in R,\ \int_{-\infty}^{\infty} K_i(x)dx = 1,\ i = 1,2,\dots n\ ; \tag{7}$$

$$K_i \in L_\infty(R),\ K_i(-x) = K_i(x), x \in R^+ \equiv [0,+\infty),\ K_{ij}(x) \downarrow \text{ ըստ } x-\text{ի } R^+\text{-ում}; \tag{8}$$

$$m_i \equiv \int_0^\infty x K_i(x)dx < \infty,\ i = 1,2,\dots n \tag{9}$$

պայմաններին, իսկ Q ֆունկցիան՝ A)- C) պայմաններին՝

A) $\exists \eta > 0$ այնպիսին, որ $Q(\eta) = \eta$; B) $Q(u) \uparrow\ [0,\eta]$-ում ;

C) $0 \le Q(u) \le \alpha u$, $u \in [0,\xi]$, $\forall \xi \in (0,\eta), \alpha \in (0.,1)$:

Ինչպես առաջին գլխում այստեղ ևս ներմուծվում է մի օժանդակ հավասարում, որի լուծման միջոցով կառուցվում է (6) հավասարման լուծումների n պարամետրանոց ընտանիք: Օժանդակ հավասարումը այս դեպքում ունի հետևյալ տեսքը՝

$$Q(f(x_1,\ldots x_n))=\int_{R_+^n}\prod_{i=1}^{n}(K_i(x_i-t_i)-K_i(x_i+t_i))f(t_1,\ldots t_n)dt_1\ldots dt_n \qquad (10)$$

(10) հավասարումը ունի ֆիզիկական կիրառություններ և նրա լուծման կառուցումը ներկայացնում է ինքնուրույն գիտական հետաքրքրություն:

Ատենախոսության երկրորդ գլխի առավել կարևոր արդյունքները պարունակվում են Թեորեմ 2.1-ում, որը վերաբերվում է (10) հավասարման լուծմանը և Թեորեմ 2.3-ում, որտեղ նկարագրվում է (6) հավասարման լուծումների n պարամետրանոց ընտանիքի կառուցումը և ուսումնասիրվում այդ լուծումների ասիմպտոտիկ վարքը:

Ատենախոսության երրորդ գլխում ուսումնասիրվել են նախորդ գլուխներում դիտարկված ինտեգրալ հավասարումների դիսկրետ հանգունները: Այդ հավասարումները նույնպես ունեն ֆիզիկական կիրառություններ: Ստացված կարևոր արդյուքներից է Թեորեմ 3.4: Այն վերաբերվում է հետևյալ համակարգի $y=(\ldots y_{-1},y_0,y_1,\ldots)$ լուծման գոյությանը՝

$$y_n=\sum_{j=-\infty}^{\infty}b_{n-j}g(y_j)\,,\ n\in Z\ : \qquad (11)$$

Այստեղ $B=(b_{n-j})_{n,j=-\infty}^{\infty}$ անվերջ մատրիցը բավարարում է

$$b_n>0,\ n\in Z,\ \sum_{j=-\infty}^{\infty}b_j=1,\ \sum_{n=-\infty}^{\infty}|n|b_n<\infty,\ \sum_{n=-\infty}^{\infty}nb_n>0,$$

պայմաններին, իսկ $g(u)$ ֆունկցիան՝ ա) –դ) պայմաններին:

ա) $g(0)=0$ և գոյություն ունի այնպիսի $\eta>0$, որ $g(u)=u$,

բ) $[0.,\eta]$ միջակայքում $g(u)$ մոնոտոն է, անընդհատ և ուռուցիկ

գ) $\exists g'(0)$, ընդ որում $1<g'(0)<\infty$, $g(u)\le g'(0)\cdot u\,, u\in[0.,\eta]$,

դ) $\exists\varepsilon>0$, $c>0$ այնպիսին որ $g(u)\ge g'(0)\cdot u-cu^{1+\varepsilon}$, $u\in[0.,\eta]$:

Նշենք, որ վերոհիշյալ պայմաններին բավարարող (11) տեսքի համակարգեր առաջանում են գազերի կինետիկ տեսության խնդիրներում:

Ատենախոսությունում ձևակերպված մաթեմատիկական բոլոր պնդումները խիստ ապացուցվում են: Սակայն կան որոշ թերություններ, վրիպակներ: Նկատված թերություններից են՝

- էջ 19 (ներքևից 2-րդ տողում) նշված է՝ ... այդ արդյունքի ընդհանրացումը կամայական հանրագումարելի և զույգ կորիզների համար տրված է [35] աշխատանքում... սակայն հասկանալի չէ ,թե խոսքը որ արդյունքի մասին է,քանի որ արդյունքը ձևակերպված չէ
- էջ 47 (4-րդ տող վերևից) ինտեգրալի նշանի տակ գրված է $f(t_1,\dots t_{j-1},x-u,t_{j+1},\dots t_n)$ պետք է լինի
- $f^{(m)}(t_1,\dots t_{j-1},x-u,t_{j+1},\dots t_n)$,
- կան քերականական որոշ սխալներ (էջ 4, ներ.3-րդ տող,էջ 11,վեր.9-րդ տող, էջ 30 ներ.4-րդ տող,էգ 31 վեր.13-րդ տող և այլն)

Այս թերությունները, սակայն, չեն նվազեցնում աշխատանքի գիտական արժեքը:

Անցնելով աշխատանքի ընդհանուր գնահատմանը, նշենք, որ ատենախոսությունը գրված է գիտական պատշաճ մակարդակով և հեղինակի կողմից հաղթահարված են տեսական և գործնական բնույթի որոշ դժվարություններ: Թեորեմների ապացուցման համար աշխատանքում մշակված եղանակները կարող են կիրառվել ոչ գծային այլ ինտեգրալ հավասարումների լուծելիության հարցերը պարզելիս:Ապացուցման այդ եղանակները կառուցողական (կոնստրուկտիվ) են և կարող են հիմք հանդիսանալ համապատասխան հավասարումների մոտավոր և թվային լուծումներ ստանալու համար: Սեղմագիրը համապատասխանում է ատենախոսության բովանդակությանը:

Ատենախոսության արդյունքները կարող են օգտագործվել ՀՀ ԳԱԱ մաթեմատիկայի ինստիտուտում, Երևանի պետական համալսարանում, ՌԴ ԳԱԱ Վ.Ստեկլովի անվան մաթեմատիկայի ինստիտուտում, Մոսկվայի, Սանկտ-Պետերբուրգի, Նովոսիբիրսկի համալսարաններում և գիտական այլ հաստատություններում:

Գտնում ենք, որ Մետաքսյա Հովնանի Ավետիսյանի «p -ադիկ լարերի տեսության որոշ ոչ գծային ինտեգրալ հավասարումներ» թեմայով ատեխոսությունը համապատասխանում է «Հայաստանի Հանրապետությունում գիտական աստիճանաշնորհման» կանոնակարգի և ԲՈԿ-ի կողմից թեկնածուական ատենախոսություններին ներկայացվող պահանջներին, իսկ նրա հեղինակը արժանի է Ա.01.02- «Դիֆերենցիալ հավասարումներ և մաթեմատիկական ֆիզիկա» մասնագիտությամբ ֆիզիկամաթեմատիկական գիտությունների թեկնածուի գիտական աստիճանի շնորհմանը:

Խ. Աբովյանի անվան ՀՊՄՀ
Մաթեմատիկայի և նրա դասավանդման մեթոդիկայի
ամբիոնի վարիչ, ֆ.մ.գ.դ., պրոֆեսոր Լ. Ղուլղազարյան

Ստորագրությունը հաստատում եմ
Գիտական քարտուղար Մ. Խապիրյան