ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏՈՒԹՅԱՆ

ԿՐԹՈՒԹՅԱՆ,ԳԻՏՈՒԹՅԱՆ, ՍՊՈՐՏԻ ԵՎ ՄՇԱԿՈՒՅԹԻ ՆԱԽԱՐԱՐՈՒԹՅՈՒՆ

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ՊՈԼԻՏԵԽՆԻԿԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ

ՀԱԿՈԲՅԱՆ ՀԱԿՈԲ ԳԱՌՆԻԿԻ

ՀԱՎԱՆԱԿԱՆԱՅԻՆ ԲՆՈՒՅԹ ՈՒՆԵՑՈՂ ՏԵԽՆՈԼՈԳԻԱԿԱՆ
ԳՈՐԾԸՆԹԱՑՆԵՐԻ
ՀԵՏԱԶՈՏՈՒՄՆ ՈՒ ԿԱՌԱՎԱՐՈՒՄԸ ԴԻՍՊԵՐՍԻԱՅԻ ՄԻՋՈՑՈՎ

Ե.13.01- «Կառավարում, կառավարման համակարգեր և դրանց տարրերը»

մասնագիտությամբ տեխնիկական գիտությունների դոկտորի գիտական

աստիճանի հայցման

ՍԵՂՄԱԳԻՐ

Երևան 2019

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ, НАУКИ, СПОРТА И КУЛЬТУРЫ
РЕСПУБЛИКИ АРМЕНИЯ

Национальный политехнический университет АРМЕНИИ

АКОПЯН АКОП ГАРНИКОВИЧ

ИССЛЕДОВАНИЕ И УПРАВЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТНЫМИ

ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ ПРИ ПОМОЩИ ДИСПЕРСИИ

АВТОРФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени доктора технических наук

по специальности 05.13.01-«Управление и ажтоматизация»

Ереван 2019

Ատենախոսության թեման հաստատվել է Հայաստանի ազգային պոլիտեխնիկական համալսարանում (ՀԱՊՀ)

Պաշտոնական ընդդիմախոսներ՝ տ.գ.դ. Գասպարյան Օ.Ն.
տ.գ.դ. Գրիգորյան Ֆ.Պ.
տ.գ.դ. Մինասյան Ս. Ա .

Առաջատար կազմակերպություն՝ Երևանի Կապի միջոցների ԳՀԻ

Պաշտպանությունը տեղի կունենա 2019թ. հոկտեմբերի 17-ին, ժամը 14^{00} -ին Հայաստանի Ազգային պոլիտեխնիկական համալսարանում գործող 032 «Կառավարման և ավտոմատացման» Մասնագիտական խորհրդի նիստում: (հասցեն՝ Երևան, 0009 Տերյան փ., 105, 17 մասնաշենք):

Ատենախոսությանը կարելի է ծանոթանալ ՀԱՊՀ-ի գրադարանում:

Սեղմագիրն առաքված է 06. 09. 2019թ,

032 Մասնագիտական խորհրդի
գիտական քարտուղար՝ տ.գ.թ.չ Ա.Վ. Մելիքյան

Тема диссертации утверждена в Национальном политехническом уиверситете Армении (НПУА)

Официальные оппоненты: **д.т.н. Гаспарян О.Н.**
д.т.н. Григорян Ф.П.
д.т.н. Минасян С.А.

Ведущая организация: Ереванский НИИ средств связи

Защита диссертации состоится 17-го октября 2019г. в 14^{00} на заседании Специализированного совета 032 – «Управление и автоматизация», действующего при Национальном политехническом университете Армении, по адресу: 0009, г.Ереван, ул.Теряна, 105, корпус 17.

.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке НПУА.

Автореферат разослан 06.09. 2019г.

Ученый секретарь
Специализированного совета 032, к.т.н. А.В. Меликян

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Широкий класс современных сложных технологических процессов характеризуется вероятностным характером основных показателей, что является следствием всевозможных случайных воздействий внешней среды, а также случайных изменений во времени значений параметров внутри самой системы. В результате вышеуказанных воздействий работа сложной системы становится непредсказуемой, а эффективность работы системы- случайной величиной или случайной функцией. Поэтому методы детерминированного управления могут оказаться далеко не наилучшими, уменьшается эффективность управления, нерационально используются сырье, энергия и другие средства.

В некоторых работах, учитывающих наличие неопределенностей, в большинстве случаев без обоснования и экспериментальной проверки принимается, что законы распределения вероятностей параметров управления являются нормальными, при этом используют такие методы управления, которые предполагают наличие нормально распределенных параметров. В таких случаях полученные результаты относительно реалистичны, но совсем не точны, так как в действительности законы распределения хотя бы некоторых параметров управления могут заметно отличаться от нормального. Исходя из вышеуказанного, можно утверждать, что еще не выявлены и не использованы все существующие резервы повышения эффективности.

Однако имеется небольшое количество исследований, в которых обосновано, что существует широкий класс процессов, где повышение эффективности их функционирования возможно путем оптимального выбора не только математического ожидания, но и дисперсии параметров управления. Указанный класс задач в настоящее время недостаточно изучен, не выявлены скрытые резервы повышения экономической эффективности.

Диссертация посвящена вопросам исследования и решения указанного класса задач, чем и обоснована актуальность темы исследования.

Цель и задачи исследования. Целью диссертационной рабиты является поиск всевозможных путей и способов точной количественной оценки экономической эффективности большого разнообразия вероятностных технологических процессов не только путем оптимального выбора отдельных числовых характеристик законов распределения вероятностей параметров управления, а также и путем выбора оптимального вида этих законов..

Для достижения поставленной цели в диссертации сформулированы и решены следующие основные и сопутствующие прикладные задачи.

1. Обосновать необходимость и целесообразность оптимального управления

вероятностными процессами за счет вариации дисперсий случайных параметров управления построением соответствующих непрерывных интегральных моделей и дискретного принципа этого метода, вводя понятие гистограмм высоких порядков.

2. Исследовать и обосновать, что иногда наиболее целесообразным является управление вероятностными процессами путем оптимального выбора математического ожидания и дисперсии одновременно.

3. Разработать принципы построения и исследования непрерывных и дискретных интегральных моделей метода оптимальной дисперсии.

4. Получить необходимые и достаточные условия существования оптимального значения функции интегральной эффективности. Показать взаимосвязь задач оптимальной дисперсии и вариационного исчисления.

5. Показать, что путем анализа моделей оптимальной дисперсии и оптимума номинала активных и реактивных потерь в больших электроэнергетических системах (ЭЭС) можно получить оценки их допустимых оптимальных значений.

6. Построить наиболее часто встречающиеся одномерные и двумерные типовые интегральные модели эффективности, исследовать их свойства и получить общие решения.

7. Исследовать дисперсионную чувствительность интегральных моделей эффективности и получить функции и коэффициенты их параметрических чувствительностей.

8. С целью демонстрации возможностей разработанных моделей решить практические задачи в областях производства пива, машиностроения, энергетики и обогащения руд цветных и редких металлов.

9. Обосновать, что разработанные непрерывные и дискретные модели эффективности имеют обобщенный характер и могут найти практическое применение при всевозможных видах законов распределения вероятностей, отличных от нормального.

10. Показать, что при использовании известных экономико-математических моделей в качестве функции цены разработанные интегральные модели можно интерпретировать как обобщение любых типов моделей в условиях наличия частичной неопределенности.

Методы исследования. При решении поставленных задач были использованы методы высшей математики, основные положения теории вероятностей, математический статистики, оптимального управления, теории риска принятия решений, вариационного исчисления и возможности современных информационных технологий.

Научная новизна. В результате проведенных исследований получены следующие результаты, отличающиеся научной новизной:

1. Показана возможность повышения экономической эффективности вероятностных технологических процессов путем оптимального выбора дисперсии законов распределения вероятностей параметров управления.

2. Разработаны типовые интегральные модели выбора оптимальных значений дисперсии для наиболее часто встречающихся законов распределения вероятностей параметров управления.Получены расчетные формулы определения оптимальных значений дисперсии.

3. Определены необходимые и достаточные условия существования оптимальных значений математического ожидания и дисперсии параметров управления.

4. Показано, что решение задач оптимальной дисперсии существует только в случае, когда плотности распределения вероятностей параметров управления несимметричны относительно некоторой вертикальной линии. Из данного вывода следует, насколько широк класс задач оптимальной дисперсии, так как в реальных условиях очень редко законы распределения удовлетворяют условиям симметричности.

5. Детально исследован и доработан дискретный принцип решения поставленных задач, который обходит проблему выравнивания гистограмм, тем самым избегая дополнительных ошибок сглаживания гистограмм, с одновременным увеличением точности нахождения оптимальных управлений. Переход к дискретным моделям одновременно создает благоприятные условия для использования неисчерпаемых возможностей современных информационных технологий. Для обеспечения желаемой точности оценки оптимальных моментов распределения рекомендовано построение и применение гистограмм высоких порядков.

6. Доказано, что анализ дискретных моделей эффективности часто сводится к известным задачам линейного программирования, что создает возможность использования богатого арсенала этого метода.

7.Разработаны и исследованы параметрические функции и коэффициенты дисперсионной чувствительности моделей эффективности, при помощи которых становится возможным выбор оптимальной структуры функции цены, методы и принципы определения которой в настоящее время недостаточно изучены.

8. Доработаны существующие в настоящее время методы и подходы определения функции цены, показана целесообразность использования экономико-математических моделей в качестве функции цены. С этой точки зрения интегральные модели можно рассматривать как обобщение детерминированных моделей, учитывающих вероятностные характеристики параметров управления.

9. Показана взаимосвязь интегральных моделей с вариационными задачами, когда ведется поиск оптимальных форм законов распределения параметров управления. Доказанная взаимосвязь подчеркивает правомерность и удобство интегральных моделей. Доказана теорема о степени влияния на интегральную эффективность постоянной составляющей функции цены.

Теоретическое и практическое значение результатов. В диссертации получены как теоретические, так и практические результаты:

1. Построены и исследованы типовые непрерывные интегральные модели эффективности, предназначенные для оптимизации вероятностных процессов пеем рационального выбора дисперсии параметров управления.

2. Построены и исследованы дискретные модели эффективности, значительно облегчающие процессы поиска оптимальных значений дисперсии управляющих параметров.

3. Построены и исследованы функции параметрической чувствительности моделей эффективности, позволяющие определить оптимальную структуру не только функции цены, но и интегральной модели в целом.

4. Даны новые рекомендации для выбора структуры функции цены.

5. Все полученные теоретические результаты нацелены на практическое применение в различных областях науки, техники и экономики при наличии неопределенностей. Получены расчетные формулы и алгоритмы практичского применения дисперсионных моделей.

Основные положения, выносимые на защиту. На защиту представляются непрерывные и дискретные дисперсионные модели эффективности вероятностных процессов и выявлены их следующие возможности:

1. В случаях однопараметрических законов распределения вероятностей параметров управления доказательство эквивалентности задач оптимума номинала и оптимальной дисперсии.
2. Сведение дискретных задач оптимальной дисперсии и оптимального математического ожидания к задачам линейного программирования.
3. Применение искусственных гистограмм высоких порядков для оптимизации математического ожидания и дисперсии с желаемой точностью.
4. Результаты исследования свойств типовых дисперсионных моделей эффективности.
5. Результаты исследования функции параметрической чувствительности интегральных непрерывных и дискретных моделей.
6. Способ восстановления статистических данных реактивных потерь электроэнергии на основе статистических данных активных потерь.
7. Методика определения закона распределения вероятностей векторных потерь электроэнергии и формализация задачи минимизации потерь в энергосистемах.
8. Новые рекомендации для синтеза функции цены и метод определения рациональной структуры этой функции.
9. Обоснование использования многомерных экономико-математических моделей в качестве функции цены и трактовка интегральных моделей как обобщение оптимизационных моделей при наличии неопределенностей.
10. Выявление взаимосвязи метода решения непрерывных моделей с методами решения вариационных задач, в частности, с методом Ритца.

11. Количественные оценки риска практического применения полученных оптимальных решений.

12. Решение ряда конкретных прикладных задач, показывающих обоснованность полученных теоретических результатов и многообразие областей их применения.

Апробация результатов исследования. Основные положения и полученные научные результаты докладывались на:

- годичной конференции Армянского математического совета, посвященной 1400-ой годовщине Ананиа Ширакаци (Ереван, 2013 г.);
- годичных конференциях Ереванского филиала Тернопольского национального экономического университета (2008-2012 гг. и 2014-2016 гг.);
- годичной конференции Армянского Государственного инженерного университета Армении (Ереван, 2014г.).

Публикации. Полученные в диссертации основные результаты опубликованы в 22 научных трудах, в том числе двух монографиях, из них 11 - без соавторов.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, семи глав, основных выводов, списка использованной литературы из 123 наименований и приложений. Основной текст диссертации изложен на 243 стр. Общий объем работы составляет 266 стр. Диссертация написана на армянском языке.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы исследования, сформулированы цель и основные задачи работы, представлены научная новизна, значимость полученных теоретических и практических результатов. Перечислены основные положения, выносимые на защиту. Представлено краткое содержание диссертации по главам.

В первой главе **"Вероятностный характер сложных технологических процессов и задачи их оптимального управления"** проведен анализ некоторых исследований последних десятилетий. Показано, что основные достижения в области управления сложными вероятностными технологическими процессами достигнуты путем оптимального выбора математического ожидания вероятностных параметров управления, хотя выдвинута также идея о том, что в ряде случаев можно выявить и использовать скрытые резервы эффективности оптимальным выбором значения дисперсии, однако данное направление развития и исследования интегральных моделей недостаточно изучено.

В настоящее время имеется ряд методов оптимального управления вероятностными процессами, которые учитывают не только реально существующие формы законов распределения параметров систем, но одновременно и экономические характеристики изучаемых систем. Одним из таких методов является известный метод оптимума номинала, который успешно применяется в различных областях науки и на практике. Существуют не только многочисленные практические реализации этого метода, но также получили существенное развивитие теоретические проблемы этого метода.

Дальнейшее изучение возможностей этого метода диктует необходимость разработки методов управления вероятностными процессами путем оптимального выбора дисперсии параметров управления. Первые примеры решения таких задач уже имеются, однако окончательно разработанного метода оптимальной дисперсии пока не существует. Обычно в условиях недостаточной априорной информации в большинстве случаев пока решаются задачи минимизации дисперсии, хотя имеется широкий класс задач оптимального управления, где оптимальным является не минимум дисперсии, а отличное от минимума ее значение, обеспечивающее максимальную эффективность управления.

Изучены существующие первоисточники, проведен их анализ и выделен обширный класс задач, исследование, дальнейшее развитие и выявление возможностей которых является актуальной проблемой теории и практики управления в условиях частичной неопределенности.

В большинстве существующих исследований в этой области изучается узкий класс задач, входные управляющие и выходные параметры которых, иногда без проверки и обоснования, считаются нормально распределенными случайными величинами.

В настоящее время недостаточно изучен широкий класс технологических процессов, оптимальное управление которыми может обеспечить значительное повышение экономической эффективности их фукционирования, рациональное использование сырьевых и энергетических ресурсов, уменьшение выпуска низкокачественной продукции, управление которыми невозможно без учета их вероятностной природы, особенно формы законов распределения вероятностей, которые обычно значительно отличаются от гауссовского нормального распределения.

Основная идея, лежащая в основе настоящей работы, следующая: предполагается, что параметр управления исследуемым процессом x в общем случае является случайной величиной, которая распределена произвольным законом $f(x)$. Тогда средняя экономическая эффективность рассматриваемого процесса оценивается следующим интегралом:

$$I(0) = \int_{x_1}^{x_2} c(x) f(x) dx, \tag{1}$$

где x_1 и x_2 - нижние и верхние допустимые пределы параметра управления x.

Численное значение данного интеграла с достаточной точностью является средним значением функции $c(x)$. В частном случае, когда пределы интегрирования бесконечны, численное значение интеграла (1) является математическим ожиданием функции $c(x)$, а при небесконечных пределах интегрирования - частью математического ожидания $c(x)$.

В методе оптимума номинала предлагается смещение закона распределения параметра управления на некоторую величину x_0 так, чтобы эффективность (1) принимала максимальное значение. То есть исследуется на максимум следующий параметрический интеграл:

$$I(x_0) = \int_{x_1}^{x_2} c(x) f(x - x_0) dx. \tag{2}$$

Это значит, что если до оптимизации значение управляющего задания $M[x]$ обеспечивало получение эффективности (1), то при оптимальной настройке $M[x] + x_0$ максимальное значение эффективности составит $I(x_0)$, которое всегда будет больше $I(0)$. Предполагается, что при небольших значениях смещения x_0 форма плотности распределения $f(x)$ практически не меняется. Однако в результате указанного смещения часто, в зависимости от конкретных характеристик систем, форма закона распределения значительно меняется, вследствие чего возникает необходимость перерасчета найденных оптимумов. Установлено также, что существует класс задач, в которых смещение математического ожидания практически нежелательно, либо невозможно вообще.

Аналогичным образом можно предложить метод поиска максимума интеграла эффективности путем рациональниго выбора дисперсии плотности распределения:

$$I(\sigma) = \int_{x_1}^{x_2} c(x) f(x, \sigma) dx. \tag{3}$$

На рис. 1 приведена геометрическая интерпретация метода оптимальной дисперсии при несимметричной форме функции цены.

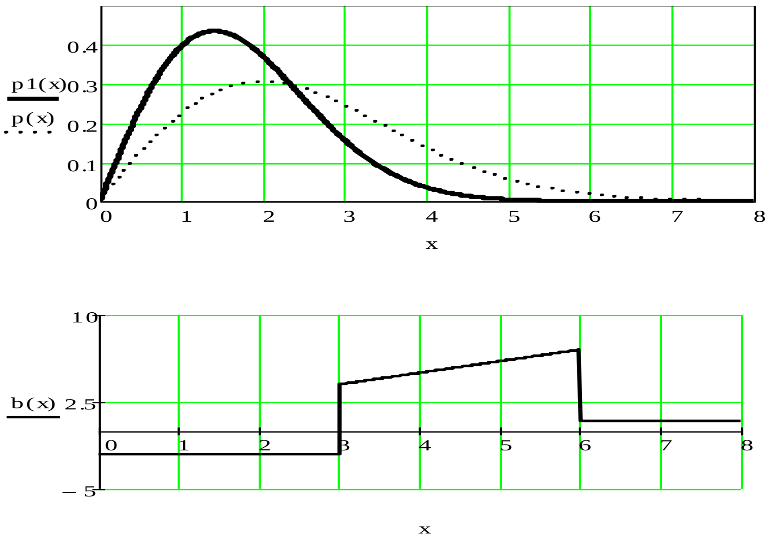

Рис.1. Геометрическая интерпретация метода оптимальной дисперсии

Во второй главе **"Непрерывный метод оптимального управления вероятностными технологическими процессами"** приведена известная классификация интегральных моделей эффективности процессов по числовым характеристикам плотности распределения. Исследование и практическое применение широкого класса моделей оптимальной дисперсии только начинается. Остальные типы моделей пока не исследованы, существуют отдельные попытки их применения.

Отмечается, что возможно достичь оптимальной эффективности путем обоснованного выбора дисперсии параметра управления. Подобные случаи встречаются часто, например, когда необходимо выбрать автоматические регуляторы с учетом их точности и цены одновременно. Можно также утверждать, что не всегда минимизация дисперсии, что эквивалентно достижению максимальной точности, экономически выгодна в смысле интегральной эффективности типа (2).

В обобщенном виде задача поиска оптимальной дисперсии представляется следующим образом: максимизировать многократный интеграл эффективности

$$I(\sigma) = \int_G C\left(\overline{X}\right) \cdot f\left(\overline{X, \sigma}\right) d\overline{X} \rightarrow \max , \qquad (4)$$

где $\overline{\sigma}$ - вектор среднеквадратических отклонений случайных параметров управления.

Поиск оптимальных среднеквадратических отклонений в общем случае сводится к решению следующей системы уравнений:

$$\frac{\partial I\left(\overline{\sigma}\right)}{\partial \sigma_i} = 0; \quad i = 1,2,\ldots,n , \qquad (5)$$

которые часто оказываются трансцендентными с невозможностью нахождения аналитических решений. Причиной этого, видимо, является тот факт, что обычно законы распределения вероятностей содержат ядро типа $\exp(-x^2)$. Однако в некоторых простых одномерных случаях удается получить аналитические решения, которые рассмотрены нами. В противном случае, система (5) решается либо численными методами, либо исследованием поведения интеграла эффективности (4) в среде готовых прикладных программ типа Mathcad, Mathlab или Mapl.

Таким образом, в отличие от общепринятых подходов, в которых задачи решаются минимизацией дисперсии, существует также широкий класс задач, где можно достигнуть максимизации эффективности путем не уменьшения, а оптимального выбора дисперсии. Исследование ряда аналогичных задач показывает также, что рассмотренные задачи представляют особый интерес в тех случаях, когда закон распределения вероятностного параметра управления является несимметричным относительно математического ожидания, т. е. при отличном от нуля коэффициенте асимметрии.

Для широкого класса аналогичных задач, где модель исследуемых процессов представляется интегралом типа (4), эффективность более чувствительна к вариациям дисперсии, чем математического ожидания.

Разработаны и исследованы наиболее часто встречающиеся непрерывные дисперсионные модели, получены следующие **условия существования** оптимума дисперсии:

$$\Delta I = I(\sigma + \Delta\sigma) - I(\sigma - \Delta\sigma) = \begin{cases} \le 0\,, \ \sigma \ge 0 \\ \ge 0\,, \ \sigma \le 0 \end{cases}. \tag{6}$$

Сравнение задач оптимальной дисперсии и **вариационных задач,** особенно с методом Ритца, показало, что во многих случаях они совпадают, следовательно, анализ и исследование дисперсионных моделей удобно проводить также методом Ритца.

Построена двумерная взаимосвязанная интегральная модель оптимума номинала и оптимальной дисперсии:

$$I(m,\sigma) = \int_a^в C(x)\, f(x,\sigma)dx \to \max. \tag{7}$$

Практическое внедрение оптимальных значений дисперсии часто связано с выбором точности управляющих устройств, поэтому иногда желательно получение количественной оценки риска их внедрения. Приведены формулы количественной оценки риска принятия решений по практическому применению оптимального значения дисперсии.

В третьей главе **"Построение и исследование дискретных моделей эффективности"** отмечается, что построение непрерывных моделей эффективности связано с необходимостью описания условий задачи в аналитическом виде, т.е. заранее требуется определить многомерную функцию распределения вероятностей случайных управляющих параметров $x_1, x_2, \dots, x_n$ и многомерную функцию цены на основе анализа достаточно большого объема пассивных статистических данных о ходе процесса и технико-экономических показателей. При этом, конечно, не удается избежать реально существующих ошибок аппроксимации.

Предлагается **дискретный подход** решения задач оптимума номинала и оптимальной дисперсии, решение которых не требует аппроксимации одномерных и многомерных гистограмм распределения вероятностей, выявления наличия корреляционных связей между параметрами и расчета числовых характеристик; тем самым возникает возможность уточнения и облегчения решения. Предлагаемый способ, не требующий описания условий задач в аналитическом виде, может охватывать более широкий круг процессов. В этом случае можно легко применять алгоритмические методы определения экстремумов. В многомерных случаях получение гистограмм распределения не представляет значительных трудностей, тогда как получение аналитических выражений многомерных плотностей распределения вероятностей сглаживанием соответствующих гистограмм является известной проблемой математической статистики, требует огромной вычислительной работы и не всегда обеспечивает получение приемлемых результатов.

Сущность дискретного принципа представлена на примере одномерной задачи оптимума номинала.

Пусть известны высоты гистограммы h_i и постоянные ширины $\Delta x = const$ разрядов дискретного распределения, $i = 1,2,...,k$, где k - число разрядов гистограммы. Считается, что для всех Δx_i известны дискретные значения функции цены b_i (рис. 2).

Рассмотрим эквивалентную к эффективности (1) следующую взвешенную сумму, дискретно характеризующую эффективность исследуемого процесса:

$$I(0) = \sum_{i=1}^{k} b_i h_i \Delta x \,, \qquad \textbf{(8)}$$

где $h_i \Delta x$ - вероятность попадания параметра управления в i -й разряд гистограммы. Тогда

$$I(0) = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{k} \sum_{i=1}^{k} b_i h_i \qquad (9)$$

характеризует эффективность данного процесса до оптимизации.

Сместим гистограмму на величину x_0, предполагая, что пока

$$|x_0| < \Delta x \,. \qquad (10)$$

. Приняв, что

$$h_0 = h_{k+1} = 0 \,, \qquad (11)$$

получим окончательно

$$I(x_0) = x_0 \sum_{i=1}^{k} b_i (h_{i-1} - h_i) + I(0). \qquad (12)$$

Поскольку выражение

$$\sum_{i=1}^{k} b_i (h_{i-1} - h_i) \qquad (13)$$

не зависит от смещения x_0, то в (12) величина x_0 входит линейно. Следовательно, получаем линейную функцию эффективности с ограничением типа неравенства (10). Так как оптимум линейной функции находится на границах ограничений, то функция эффективности (12) представляет собой отрезок линейной функции, экстремум которой находится в точках 0 или Δx. Это значит, что для достижения оптимума номинала либо нет необходимости смещения ($x_0 = 0$, система уже настроена оптимальным образом), либо необходимо смещать до конца разряда ($x_0 = \Delta x$). Таким образом, для определения оптимума номинала необходимо сравнить между собой значения функции эффективности $I(0)$ и $I(\Delta x)$. После оценки $I(\Delta x)$ можно произвести еще одно смещение и рассчитать величину $I(2\Delta x)$. Повторяя предложенную процедуру в обе стороны многократно и получая ряд значений

$$I(-k\Delta x),\ I(-(k-1)\Delta x),...,\ I(0),...,\ I((k-1)\Delta x),\ I(k\Delta x), \qquad (14)$$

можно легко определить номер такта смещения α , при котором

$$I(\alpha\Delta x) \to \max(\min). \tag{15}$$

Величина оптимального смещения, определенная с точностью ширины разряда гистограммы, будет

$$x_0 = \alpha_0 \Delta x \ , \tag{16}$$

где α_0 - номер такта, соответствующий максимуму эффективности:

$$\alpha = -k, -k+1, \ldots, -1, 0, 1, \ldots, k-1, k. \tag{17}$$

В общем случае в α - ом такте смещения функция эффективности зависит от номера такта α следующим образом:

$$I(x_0 = \alpha\Delta x) = \Delta x \sum_{i=1}^{k+\alpha} b_i h_{i-\alpha}; \quad \alpha = 0, -1, \ldots, -(k-1). \tag{18}$$

Формулы (18) показывают, что в описанном случае оптимальное смещение можно определить дискретно с шагом Δx .

Определение оптимального смещения настройки с точностью ширины разряда Δx не всегда бывает достаточным, и необходимо уточнить полученное решение. С этой целью можно, например, с самого начала выбрать такую величину ширины разрядов, которая меньше или равна требуемой точности. Однако уменьшение ширины разрядов может привести к таким нежелательным последствиям, как резкое увеличение объема вычислений, искажение истинной картины распределения вероятностей, т.к. обычно количество разрядов рекомендуется брать в пределах $8 \le k \le 20$. Поэтому используем новое понятие “искусственной гистограммы” $\|h_i\|^l$ высоких порядков, где $l = 1, 2, \ldots$ - порядок искусственности гистограммы.

Тогда общий вид модели эффективности будет

$$I\left(x_0 = \alpha \frac{\Delta x}{l}\right) = \frac{\Delta x}{l} \sum_{i=1+\alpha}^{l-k} b_i h_{i-\alpha} \ , \tag{19}$$

где

$$\alpha = 0, 1, 2, \ldots, lk. \tag{20}$$

В общем случае оптимальное смещение определяется выражением

$$x_0 = m_1 \Delta x \pm \frac{\Delta x}{2} \pm \frac{\Delta x}{4} \pm \ldots \pm \frac{\Delta x}{2^s} \ , \tag{21}$$

где $2^s = l'$ - порядок искусственности гистограммы.

Четвертая глава “Задачи оптимума номинала и оптимальной дисперсии в больших электроэнергетических системах” посвящена исследованию возможностей интегральных моделей для определения оптимальных оценок активных и реактивных потерь в электроэнергетических системах.

Для изучения проблемы минимизации активных потерь существуют необходимые статистические данные, они круглосуточно измеряются через каждый час. Однако статистические данные о потерях реактивных мощностей обычно отсутствуют.

Сделана попытка "восстановить" несуществующую статистику реактивных потерь с учетом почти стабильного коэффициента мощности $Cos\varphi$.

Предложен следующий подход определения закона распределения вероятностей реактивных потерь.

Известно, что активные и реактивные составляющие потерь определяются следующими формулами:

$$P = IRCos\,\varphi, \qquad Q = IRSin\,\varphi, \tag{22}$$

откуда

$$Q = Ptg\varphi\ . \tag{23}$$

То есть, при постоянстве коэффициента мощности необходимо статистические данные активных потерь умножить на тангенс угла φ, в результате чего статистические данные будут восстановлены. В настоящее время в больших электроэнергетических системах коэффициент мощности - почти постоянная величина, которая колеблется в окрестности 0,8 с небольшим разбросом, поэтому восстановленная статистика почти достоверна, и небольшие колебания коэффициента мощности практически не могут влиять на форму закона распределения реактивных потерь.

Следовательно,

$$Q = Ptg\varphi = \frac{Sin\varphi}{Cos\varphi} = 0{,}75. \tag{24}$$

Показаны количественные связи числовых характеристик активных и пассивных потерь:

$$m_Q = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} tg\varphi \times P_i = tg\varphi\, m_p, \tag{25}$$

$$D_Q = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(Q_i - m_Q\right)^2 = (tg\varphi)^2 D_P, \qquad \sigma_Q = \sigma_P tg\varphi\ , \tag{26}$$

$$\mu_{3Q} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(Q_i - m_Q\right)^3 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\alpha P_i - \alpha m_P)^3 = \alpha^3\,\mu_{3P}\ , \quad S_{kQ} = \frac{\alpha^3\,\mu_{3P}}{\alpha^3\sigma_P^3} = S_{kP}\,, \tag{27}$$

$$\mu_{4Q} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(Q_i - m_Q\right)^4 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\alpha P_i - \alpha m_P)^4 = \alpha^4\,\mu_{4P}. \tag{28}$$

Таким образом, закон распределения реактивных потерь определяется, если известен закон распределения активных потерь.

При линейных функциях цен, а также нормальных и релеевских законах распределения вероятностей активных и реактивных потерь построены интегральные модели, получены условия их минимизации.

Решение двух отдельных задач оценки оптимальных потерь имеет следующую специфику. Известно, что векторная сумма двух нормально распределенных случайных величин при определенных условиях распределена релеевским законом. Так как активные и реактивные потери являются перпендикулярными векторами, то векторная сумма преобразованных $X = \frac{x-m_x}{\sigma_x}$, $Y = \frac{y-m_y}{\sigma_y}$ потерь $Z = +\sqrt{X^2 + Y^2}$ будет распределена по закону Релея

$$f(Z) = \frac{Z}{M^2} e^{-\frac{Z^2}{2M^2}}, \qquad Z \geq 0,$$

следовательно, вместо двух одномерных моделей можно рассмотреть одну одномерную задачу и определить оптимальную оценку векторных потерь.

На рис.2 представлен общий вид функции эффективности, которая имеет явно выраженный максимум, зависящий от дисперсии векторных потерь.

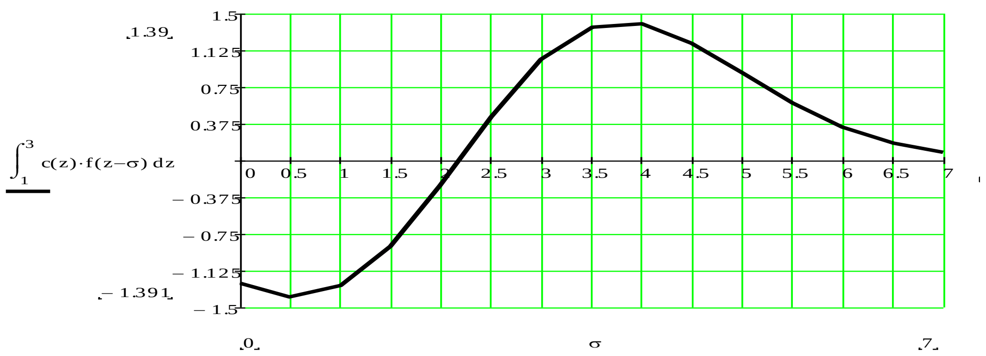

Рис. 2Зависимость эффективности от дисперсии векторных потерь

Пятая глава “Исследование параметрической чувствительности непрерывных дисперсионных моделей эффективности” посвящена исследованию дисперсионной чувствительности моделей экономической эффективности.

При решении задач в различных областях науки и техники почти всегда считается, что чем меньше дисперсия, тем точнее решена задача или точнее управляется система. С другой стороны, известно, что уменьшение дисперсии всегда достигается за счет увеличения экономических и других затрат. Следовательно, с точки зрения экономической эффективности, в таких ситуациях возникает проблема выбора оптимального значения дисперсии.

Для обоснованного решения этой задачи нам представляется удобным использование интегральных моделей эффективности, в которых искомым параметром является дисперсия (или среднеквадратическое отклонение) параметра управления.

Рассмотрено поведение интегральных моделей эффективности при различных сочетаниях законов распределения вероятностей и функций цен. В качестве функции цен достаточную точность описания экономической стороны обычно обеспечивают следующие стандартные одномерные функции:

$$c_1(x)=\begin{cases}0,0\le x<a\\ c_2, a\le x\le b\\ 0, x>b\end{cases},\quad c_2(x)=\begin{cases}c_1,\ 0\le x<a,\\ c_2,\ a\le x\le b\\ c_3,\ x>b.\end{cases},\quad c_3(x)=kx+l,\quad c_4(x)=kx^2+l. \qquad (29)$$

Рассмотрены плотности нормального, релеевского, экспоненциального и максвелловского распределений и их всевозможные сочетания с функциями цен (29).

Рассмотренные варианты убедительно показывают, что особенно при несимметричных законах распределения модели эффективности достаточно чувствительны к вариациям дисперсии и имеют явно выраженные максимумы при некоторых оптимальных значениях среднеквадратических отклонений. Этим доказывается существование широкого класса задач, где можно выявить скрытые, неиспользуемые резервы исследуемых систем.

Общий вид функции дисперсионной чувствительности имеет следующий вид:

$$S(\sigma)=\int_G C(x)\frac{\partial f(x,\sigma)}{\partial\sigma}dx. \qquad (30)$$

В шестой главе "Принципы определения функции цены в задачах оптимальной дисперсии" отмечается, что в настоящее время применяется несколько подходов и методов синтеза функции цены, основанных на сборе и обработке технико-экономической статистический информации. Эти методы используют понятия цены, возвратной и отрицательной цены, понятия результата процесса и другие понятия.

До сих пор не разработаны общие для всех видов исследуемых процессов положения, не созданы даже общие подходы оценки этой функции для узких (типовых) классов процессов. Обоснованный синтез функции цены является центральной проблемой как теории методов оптимума номинала и оптимальной дисперсии, так и обобщенной теории метода оптимального распределения, которая в настоящее время недостаточно изучена. Удачное решение этой актуальной проблемы в значительной степени предопределяет успех оптимизации вероятностных технологических и других процессов.

Предложены следующие новые подходы определения функции цены.

1. **Использование экономико-математических моделей в качестве функции цены**

Рассмотрена возможность использования экономико-математической модели исследуемого процесса в качестве функции цены, выявлена ее физическая сущность.

Показано, ***что модели интегральной эффективности, использующие в качестве функции цены экономико-математические модели процессов, при некоторых условиях являются естественным обобщением ряда других критериев эффективности функционирования исследуемых систем.***

Считая использование экономико-математических моделей в качестве функции цены целесообразным и правомерным, тем самым создаются широкие возможности определения функции цены и преодолеваются все принципиальные трудности при помощи достаточно хорошо разработанных методов построения экономико-математических моделей технологических и других процессов.

Анализ различных комбинаций $C(x), f(x)$ и пределов интегрирования показал, что при симметричных законах распределения и пределов интегрирования оптимум номинала совпадает с экстремумом симметричной модели $C(x)$. В остальных случаях оптимизация по интегральным моделям дает смещенные от экстремума экономической модели оптимальные управления. Однако определенные методами оптимума номинала и оптимальной дисперсии управления, удовлетворяя требованиям (ограничениям) задачи, одновременно являются “достаточно вероятными” с точки зрения физической реализуемости полученного решения, т.к. при его определении были учтены вероятности реализуемости допустимых решений из области G.

Так как плотность распределения стационарных случайных процессов не зависит от времени, а для нестационарных – зависит, то в последнем случае проверке подлежат обе функции. В остальных случаях процесс проверки в основном относится к функции цены, т.к. именно она, будучи определенной как математическая модель, может не соответствовать реальному объекту. Использование экономико-математических моделей в качестве функции цены не ограничивает применение других приемов и методов ее определения.

2. Анализ и выбор рациональной структуры функции цены

В случае, когда в качестве многомерной функции цены применяется экономико-математическая модель исследуемого процесса, то обычно эта задача сводится к определению числовых значений коэффициентов некоторого выражения заданной структуры. Часть членов многомерных функций цены в большей степени влияет на искомые оптимумы математического ожидания и дисперсии по сравнению с другими. Могут быть также такие члены, влияние которых на оптимумы моментов закона распределения незначительно. Отсюда вытекает, что если заранее выяснить степень влияния составляющих функции цены на искомые оптимумы моментов, т.е. чувствительность функции эффективности от составляющих функции цены, то можно заранее упростить исходную структуру аппроксимирующей функции цены, тем самым облегчиж не только процесс ее определения, но и решение задачи оптимизации в целом.

В приложениях метода оптимального распределения часто возникают трудности, связанные с субъективным подходом к учету постоянных составляющих функции цены с точки зрения ее влияния на оптимумы моментов. В работе доказано, что выбор оптимума номинала и оптимальной дисперсии всегда зависит от постоянной составляющей при любых представлениях функции цены и законов распределения параметров управления. От постоянной составляющей зависит также численное значение интеграла эффективности.

Показан один из возможных способов выбора оптимальной структуры функции цены с использованием аппарата теории чувствительности. Построен алгоритм выбора рациональной структуры функции цены.

Доказано, что числовые значения центральных моментов распределения могут служить верхними оценками коэффициентов чувствительности. **Эти оценки можно** использовать при выборе оптимальной структуры функции цены.

Седьмая глава "Прикладные примеры" посвящена рассмотрению ряда прикладных задач из различных областей науки и техники, где применение методов оптимума номинала и оптимальной дисперсии позволит выявить дополнителные неиспользованные резервы экономической эффективности и указать пути их использования.

7.1. Определение оптимальной точности терморегулятора технологического процесса производства пива на примере завода "Киликия" (г. Ереван)

Исследован технологический процесс сахаризации солода в заданном температурном режиме. Температурная программа приведена на рис. 3.

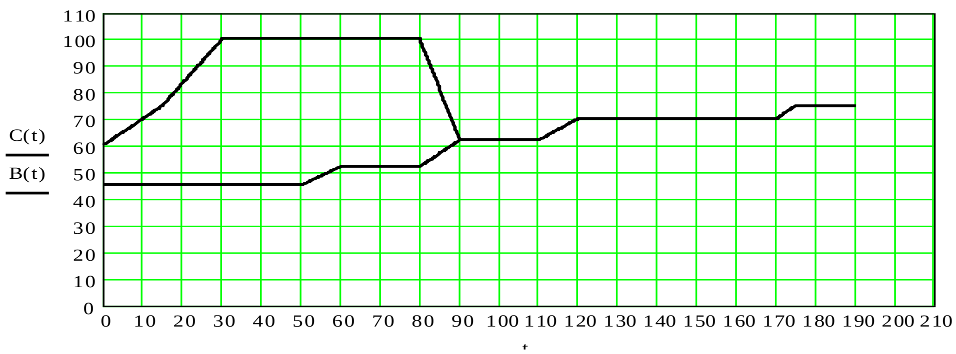

Рис. 3. Температурная программа процесса сахаризации солода

Исследована продолжительность фазы сахаризации. По технологии длительность этой фазы задается 50 мин при постоянной температуре 70 град.^{0}С. Указанные условия являются заданиями автоматической системы управления (стабилизации температуры). Однако с учетом множества всевозможных внешних и внутренних воздействий указанные задающие воздействия случайным образом меняются в некоторых пределах и рассматриваются как случайные величины. Зарегистрированы и обработаны статистические данные об изменениях температуры, $n = 285$, результаты первоначальной обработки которых следующие:

- оценка математического ожидания 67,466 градусов;

-дисперсия 42,872; среднеквадратическое отклонение 6,5485;

- коэффициент асимметрии – 0,626;

- эксцесс – 0,22.

Построена гистограмма распределения температуры, которая в результате ее сглаживания заменена следующим непрерывным законом плотности распределения, где M=10.

$$f(x) := \frac{-(x-80)}{M^2}\cdot e^{\frac{-(x-80)^2}{2\cdot M^2}}. \qquad (31)$$

График этой функции представлен на рис. 4.

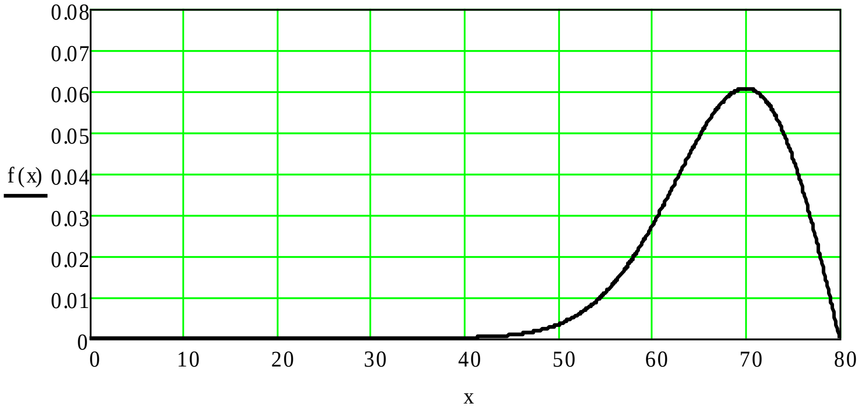

Рис. 4. График функции плотности распределения температуры

Построена модель функции цены в предположении, что с увеличением точности регулятора температуры его цена возрастает линейно.

В интеграле эффективности $\int_{65}^{75} C(x)\cdot f(x,M)\,dx$ параметр M является величиной, характеризующей дисперсию, оптимальное значение которого ищется. Меняя численные значения этого параметра в пределах от 16 до 2 с шагом 1, исследована зависимость экономической эффективности от M. Выявлено, что при оптимальном значении параметра M=7 эффективность возрастает на 19,75 %. Имеется акт о внедрении.

7.2. Уменьшение процента брака выпускаемой продукции

Автоматические токарные станки являются подходящими системами, на примере которых с успехом можно показать целесообразность применения методов оптимума номинала и оптимальной дисперсии. Погрешности металлообработки в общем случае являются случайными величинами и подчиняются некоторым законам распределения вероятностей. В технологии машиностроения обычно считается, что ошибки обработки деталей являются нормально распределенными случайными величинами. Однако исследования показали, что размеры обрабатываемых деталей не всегда являются нормально распределенными и значительно отличаются от нормального. В таких случаях рекомендуется представить закон распределения размеров деталей в виде кривых Грамма-Шарлье:

$$\varphi(x) = f(x)\Pi(x)\ , \qquad (32)$$

где $f(x)$ - нормальный закон распределения; $\Pi(x)$ - возмущающий многочлен четвертого порядка, определяется формулой

$$\Pi(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + a_4 x^4, \qquad (33)$$

коэффициенты которого определяются при помощи эксцесса и коэффициента асимметрии.

В качестве примера на Ереванском приборостроительном заводе была исследована партия $n = 150$ деталей типа АО-433304 (букса). Измерение размеров l исследуемых деталей проведено плоским микрометром с точностью ±0,01мм.

Требуемые технологические параметры следующие: номинальный размер - $l = 7{,}0$ мм, ширина допуска +0.46 мм, допустимые пределы длины, внутри которых детали считаются годными, равны 7.0 … 7,46 мм.

В результате обработки статистических данных получены следующие численные значения: математическое ожидание -7.3 мм, дисперсия -0,0961мм², среднеквадратическое отклонение -0,31мм, коэффициент асимметрии -0,3694, эксцесс -2,576.

Построена гистограмма распределения размеров (рис.5).

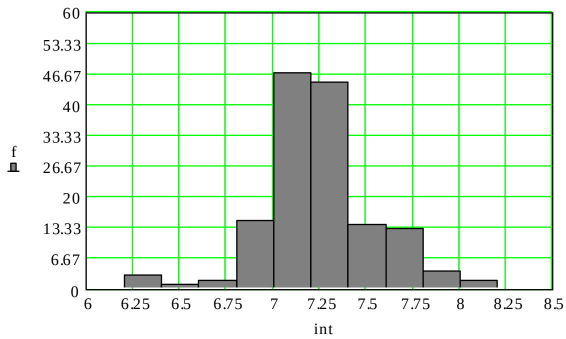

Рис.5. Гистограмма распределения размеров деталей

Предложена и проверена гипотеза о нормальности распределения длины l, которая опровергнута:

$$f(l) = \frac{1}{0{,}31\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(l-7{,}3)^2}{2.0{,}31^2}}\ . \qquad (34)$$

Вычислены численные значения коэффициентов возмущающего многочлена:

$$a_0 = 1{,}322; \quad a_1 = 0{,}184; \quad a_3 = -0{,}0615; \quad a_4 = 0{,}1073..$$

В качестве функции цены для годных, допустимых и недопустимых полос приняты соответствующие числа деталей, размеры которых попадают на данные полосы. Функция цены имеет следующий вид:

$$C(x)=\begin{cases}-10, & 6{,}2 \le l \le 7{,}0,\\ +105 & 7{,}0 < l \le 7{,}46,\\ -35 & l > 7{,}46.\end{cases} \tag{35}$$

Экономическая эффективность обработки указанных деталей до оптимизации составляла

$$I(0)=-10\int_{-6,2}^{7,0}\varphi(l)dl+105\int_{7,0}^{7,46}\varphi(l)dl-35\int_{7,46}^{8,2}\varphi(l)dl=60{,}75, \tag{36}$$

а с учетом смещения настройки станка:

$$I(l_0)=-10\int_{-6,2}^{7,0}\varphi(l-l_0)dl+105\int_{7,0}^{7,46}\varphi(l-l_0)dl-35\int_{7,46}^{8,2}\varphi(l-l_0)dl \tag{37}$$

экономическая эффективность достигла максимального значения при $l_0=0{,}3$ и равнялась $I(0{,}3)=78{,}20$.

Так как полученное значение оптимальной настройки относительное, то ее истинное значение будет

$$l_0(\sigma)=0{,}3*0{,}31\text{мм}=0{,}093\text{мм}.$$

В результате оптимизации вместо обычной настройки $l_m=7{,}0$ мм автоматический станок был настроен оптимальным образом на величину

$$l_{настр}=l_m-0{,}093=7{,}3-0{,}093\cong 7{,}2\text{мм}.$$

Результаты решения оптимизационной задачи были практически проверены на исследуемом станке. Станок был настроен на оптимальное задание $l=7{,}2$ мм. Были измерены размеры l еще 150 новых деталей. Оказалось, что из указанного объема годными оказались 116 шт., то есть количество забракованных деталей уменьшилось (их было до оптимизации 10+35=45 шт., а после оптимизации – 34шт). Увеличение экономической эффективности (выпуска годной продукции) работы станка в процентах составило

$$\frac{I(0{,}3)-I(0)}{I(0)}100\%=\frac{78{,}20-60{,}75}{60{,}75}100\%=28{,}7\%.$$

Отметим, что указанное уменьшение числа забракованных деталей достигалось без каких – либо первоначальных затрат.

Эта же задача оптимизации решена также **оптимальным выбором дисперсии (точности обработки) деталей.**

Функции цены и плотность распределения имеют первоначальный вид.
Распределение Грамма-Шарлье, зависящее от среднеквадратического отклонения, будет

$$\varphi(l,\sigma)=\frac{e^{-\frac{(l-7,3)^2}{2\sigma^2}}}{\sigma\sqrt{2\pi}}(1+\frac{1}{8}2,576-\frac{1}{2\sigma}0,3694l-\frac{1}{4\sigma^2}2,576l^2-$$
$$-\frac{1}{6\sigma^3}0,3694l^3+\frac{1}{24\sigma^4}2,576l^4. \quad (38)$$

Графики плотности распределения до и после выбора оптимальной дисперсии представлены на рис. 6.

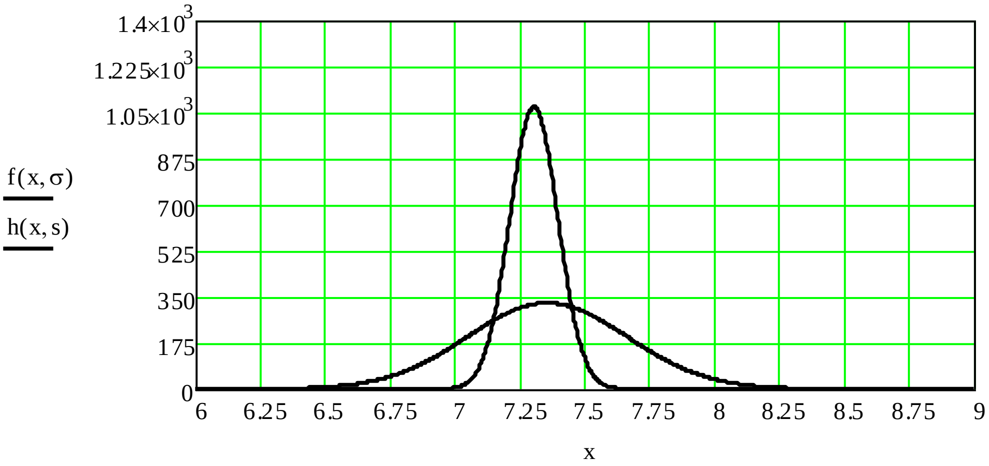

Рис.6. Функции распределения размеров до и после оптимизации

Функция эффективности имеет максимум в окрестности $\sigma \approx 0.091$.

Имеем $I_{\max}(0.091)=104,4$, а до оптимизации имели $I(0.31)=62,457$.

В результате оптимального выбора дисперсии эффективность повышается на

$$\frac{104.4-62.457}{62.457}100\%=67\%.$$

Сравнение двух вариантов решения одной и той же задачи показало, что рассмотренный технологический процесс лучше управлять при помощи дисперсии, а не математического ожидания (67>28,7).

Отметим только, что требование уменьшения дисперсии практически означает обработку деталей на более точных станках, что вызывает дополнительные затраты.

7.3. Исследование задачи рационального извлечения молибдена из руды на примере Каджаранского медно-молибденового комбината

Молибденовая руда после грубого измельчения поступает в мельницы тонкого измельчения, в результате чего получается пульпа, в которой средние размеры (диаметры) измельченных частиц случайным образом меняются в больших пределах.

Известно, что наиболее целесообразно, чтобы размеры измельченных частиц находились в окрестности 74 мк, так как именно частицы указанного размера лучше выделяются из пульпы. Основная характеристика пульпы-гранулометрическая характеристика, которая фактически является законом распределения вероятностей средних размеров измельченных частиц. Форма этой характеристики динамически меняется в течение измельчения. Чем дольше остается уже измельченная частица в мельнице, тем быстрее уменьшается ее средний диаметр, и те частицы, размеры которых уже были близки к 74 мк, продолжают измельчаться, которые впоследствии не флотируются. Это приводит к потере металла, в то время как более крупные частицы продолжают уменьшаться и переходят в область лучшей флотации.

В результате указанного сложного процесса измельчения происходит переизмельчение “готовых” частиц. Возникает следующая задача: при какой промежуточной форме гранулометрической характеристики можно обеспечить максимальное извлечение молибдена. Данная задача в настоящее время основательно не решена.

Согласно некоторым исследованиям, гранулометрическую характеристику удобно представить следующим образом:

$$f(x) = -\frac{(x-x_{max})}{M^2} e^{-\frac{(x-x_{max})^2}{2M^2}} . \quad (39)$$

Максимальные размеры x_{max} зависят от технических характеристик мельниц. Параметр M гранхарактеристики является наиболее вероятным размером частиц, то есть модой закона распределения вероятностей. В процессе измельчения мода постепенно уменьшается, вследствие чего отрицательный коэффициент асимметрии растет (рис.7).

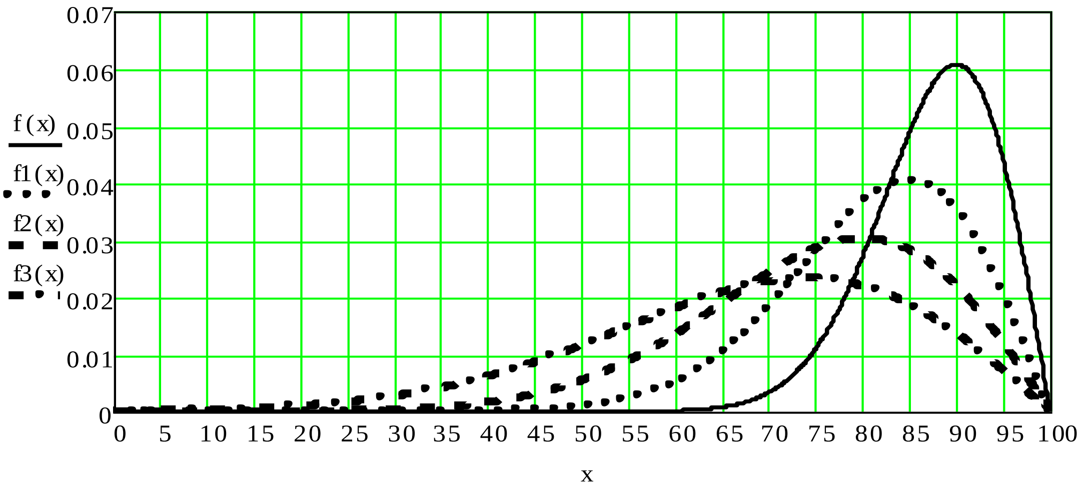

Рис.7. Текущие формы гранулометрической характеристики

Так как измельченные частицы со средним диаметром 74 мк. извлекаются лучше, а частицы с размерами больше или меньше 74 мк.- хуже, то это значит что в пределах от 70 до 79 мк. существует некоторая функция, покзывающая интенсивность извлечения молибдена. Используя экспериментальные данные, ниже предстаавлены относительные величины коэффициентов извлечения C_i(таблице 7.3.1).

Таблица 7.3.1

x	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
C_i	0.0	0.1	0.4	0.8	1.0	0.8	0.6	0.3	0.2	0.0

Методом наименьших квадратов определена непрерывная функция извлечения (рис.8).

$$C(x) = -0{,}047x^{2} + 7{,}021x - 259{,}357. \quad (40)$$

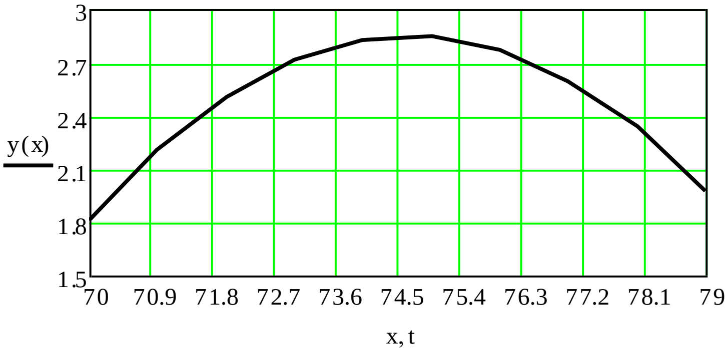

Рис.8. Непрерывная функция извлечения

Экономическую эффективность извлечения молибдена оценим следующим интегралом:

$$I(M) = \int_{70}^{79} C(x) f(x, M) dx \to max ,$$

в котором величину моды считаем неизвестной, а максимальный средний размер частиц в пульпе -100 микрон. Допустим, что в процессе измельчения мода меняется в пределах от 10 до 40 мк (на рис. 10 это эквивалентно уменьшению абсциссы максимума гранулометрической характеристики от 90 до 60). Исследование интеграла эффективности показывает, что эффективность извлечения достигает максимального значения при M=18 (рис. 9).

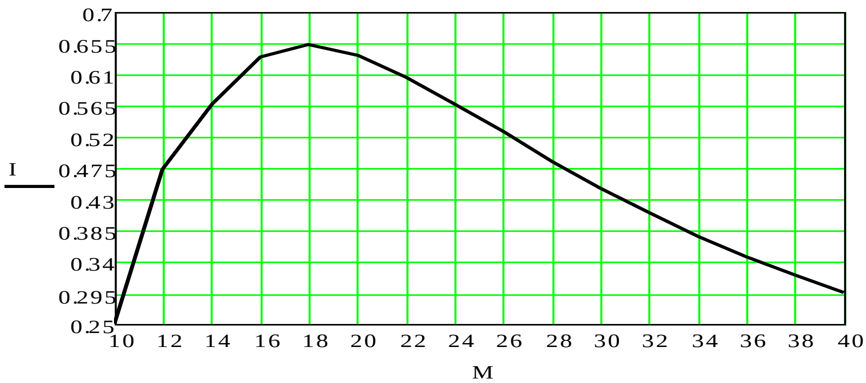

Рис. 9. Зависимость эффективности от моды.

Численные значения параметров первоначальной формы гранхарактеристики :

при $M = 10$ – $m = 87{,}467$, $D = 48{,}98$, $\sigma = 6{,}551$,

а при $M = 18$ – $m = 77{,}44$, $D = 239{,}571$, $\sigma = 15{,}478$.

Значит, для рационального извлечения молибдена дисперсию первоначальной гистограммы необходимо увеличить примерно в 6 раз, что эквивалентно увеличению среднеквадратического отклонения в 2,5 раза. Такого эффекта можно достичь управлением скорости подачи воды в мельницу.

7.4. Определение оптимального расположения технологических допусков

Рассмотрена задача определения оптимального расположения технологического допуска при его заданной постоянной ширине с учетом вероятностных характеристик оборудования.

При определении технологических допусков обычно исходят из предположения, что исследуемая величина, например размер обработанных деталей, является случайной величиной в окрестности своего среднего значения и подчиняется нормальному закону распределения вероятностей. Учитываются также такие факторы, как желание получения наибольшего процента годной продукции при известных точностях устройств, станков и приборов, явления старения инструментов, их износ и др.

В реальных условиях упомянутые явления не всегда подчиняются нормальному закону, поэтому возникает необходимость более обоснованного определения расположения технологических допусков. Для решения этой задачи можно воспользоваться интегральными моделями эффективности.

Пример 1. Рассмотрен простейший случай. Предположим, что на станке-автомате обрабатываются детали, размер которых x, например, длина, диаметр и т.д., является исследуемым параметром, оптимальное расположение которого необходимо определить с целью максимизации интегральной эффективности. Обычно математическое ожидание m считаетая заданной величиной настройки станка. Считается известной также реальная характеристика станка – нормальный закон распределения плотности вероятностей ошибок $f(x)$, т. е. разброса размеров. Предположим также, что общая ширина допуска Δa задана, однако в связи с несимметричным распределением нельзя нижний и верхний пределы допуска задавать равными, т.е.

$$a_1 \neq m - \frac{\Delta a}{2}, \quad a_2 \neq m + \frac{\Delta a}{2} . \tag{41}$$

Требуется определить оптимальное расположение допуска при условиях

$$m = Const, \quad a_2 - a_1 = \Delta a = Const . \tag{42}$$

Пока, без введения понятия цены, максимизируем вероятность попадания случайного размера в пределах допуска. Тогда эффективность (в этом случае - вероятность) будет

$$I(x) = \int_{x}^{x+\Delta a} f(x)dx = F(x+\Delta a) - F(x). \tag{43}$$

Если интеграл (43) существует, то условие его максимизации дает

$$\frac{\partial}{\partial x} F(x+\Delta a) = \frac{\partial}{\partial x} F(x), \tag{44}$$

решение которого x_0 определяет оптимальное значение границ допуска:

$$x_{\min} = a_1 - x_0\,, \quad x_{\max} = a_2 - x_0\,. \tag{45}$$

Пример 2. Предположим, что ошибка станка подчинена релеевскому закону распределения:

$$f(x) = \frac{e^{-\frac{x^2}{2M^2}}}{M^2}, \quad x \geq 0\ , \tag{46}$$

где M - мода релеевского закона, причем

$$m = M\sqrt{\frac{\pi}{2}}\ . \tag{47}$$

Эффективность настройки станка будет

$$I(x) = \int\limits_{x}^{x+\Delta a} f(x)dx = e^{-\frac{x^2}{2M^2}} - e^{-\frac{(x+\Delta a)^2}{2M^2}}\ , \tag{48}$$

достигающее максимума при некотором значении x_0, которое, при заданных численных значениях Δa и M, является корнем следующего трансцендентного уравнения:

$$\ln\frac{x}{x+\Delta a} = -\frac{\Delta a^2 + 2\Delta a x}{2M^2}\,. \tag{49}$$

В частном случае, когда $M = 3, \quad \Delta a = 1{,}5$, графическим решением задачи в среде пакета программы Mathcad получим

$$x_0 = 0{,}454\,.$$

Так как

$$m = 3\sqrt{\frac{\pi}{2}} = 3{,}76\,,$$

то до нахождения оптимального расположения допуска имели

$$a_1 = m - \frac{\Delta a}{2} = 3.46 - 0{,}75 = 2{,}71,$$

$$a_2 = m + \frac{\Delta a}{2} = 3{,}46 + 0{,}75 = 4{,}21,$$

а после нахождения оптимального расположения допуска:

$$a_{1,opt} = a_1 - x_0 = 2{,}71 - 0{,}454 = 2{,}256,$$

$$a_{2,opt} = a_2 + x_0 = 4{,}21 - 0{,}454 = 3{,}756,$$

причем эффективность до и после оптимизации расположения допуска составляла соответственно:

$$I(0) = 0.291, \quad I(x_0) = 0.313\,,$$

т.е. повышение эффективности составляет

$$\frac{I(x_0)-I(0)}{I(0)}100\% = \frac{0.313-0.291}{0.291}100\% = 7{,}56\%$$

без каких-либо дополнительных затрат.

Если в эту задачу ввести также понятие цен ошибок обработки деталей (годные детали различного сорта и качества с разными ценами), то задачу оптимального расположения допусков можно решить более точно.

Рассмотрение таких простых задач показывает большие возможности интегральных моделей эффективности с целью выявления и использования скрытых резервов самых различных процессов и систем. Например, эту задачу можно назвать также задачей оптимальной ориентации в вероятностной среде.

Основные выводы и результаты

1. Показано, что существует широкий класс задач управления вероятностными технологическими процессами, повышение экономичвской эффективности которых возможно путем оптимального выбора числовых характеристик законов распределения вероятностных параметров управления, в частности математического ожидания и дисперсии.
2. Разработаны интегральные дисперсионные модели для наиболее часто встречающихся законов распределения вероятностей параметров управления. Для типовых моделей получены расчетные формулы оценки оптимальных значений дисперсии.
3. Установлено, что в случае однопараметрических законов распределения параметров управления задачи оптимума математических ожиданий и оптимальных дисперсий эквивалентны.
4. Определены необходимые и достаточные условия существования оптимумов математических ожиданий и дисперсий.
5. Показано, что решение задач оптимальной дисперсии не существует только тогда, когда закон плотности распределения параметра управления симметричен относительно математического ожидания или некоторой вертикальной линии. Из этого важного вывода следует, насколько широк класс задач оптимальной дисперсии, так как несимметричные законы встречаются чаще симметричных.
6. Детально изучен и доработан дискретный принцип оптимума номинала и разработан соответствующий принцип оптимальной дисперсии, который обходит трудоемкие процессы обработки статистической информации и сглаживания гистограммы, одновременно создавая условия для увеличения точности нахождения оптимального решения введением понятия искусственных гистограмм высоких порядков.
7. Доказано, что исследование задач оптимальной дисперсии сводится к известным задачам линейного программирования, что позволяет при решении задач оптимальной дисперсии пользоваться также богатым арсеналом методов линейного программирования.

8. Исследованы функции и коэффициенты параметрической чувствительности интегральных моделей, что позволяет заранее определить оптимальные структуры функции цены, тем самым значительно упрощая структуру функции цены и уменьшая трудоемкость решений.

9. Доработаны известные методы и подходы по определению функции цены. Показано, что в качестве одномерных и многомерных функций цены можно использовать готовые экономико-математические модели, что может не только значительно облегчить процесс разработки интегральных моделей, но и увеличить точность нахождения оптимальных решений.

10. Показано, что когда вместо поиска оптимальных численных характеристик законов распределения ищутся оптимальные формы законов распределения, то фактически методом Ритца решается вариационная задача.

11. Впервые поставлена задача определения векторных потерь энергии в больших электроэнергетических системах. Данная двумерная задача преобразована в одномерную с учетом нормальности распределения вероятностей активных и реактивных потерь.

12. Разработанные методы и модели с успехом могут быть применены в различных областях науки и техники с целью оптимального управления вероятностными системами, выявляя неиспользованные резервы их экономической эффективности.

13. Представлены примеры практического применения полученных теоретических и прикладных результатов в различных областях техники.

Основные положения диссертации опубликованы в следующих работах:

1. Налчаджян Т.А., Акопян А.Г., Оганесян А.О. Методы оптимума номинала и оптимальной дисперсии: Монография.-М.: Изд. БУКИ ВЕДИ, 2012.-216 с.

2. Багдасарян Г.Б., Наджарян М.Т., Акопян А.Г. Методы планирования факторных экспериментов при решении опытно-экспериментальных задач. Изд.ГИУА:"Чартарагет" .- Ереван: 2009.-360 с.

3. Налчаджян Т.А., Акопян А.Г. О классе задач оптимальной дисперсии // Вестник Инженерной академии Армении .- Ереван , 2013 .-Т. X, № 3 .- С. 24-427.

4. Аршакян Д.Т., Акопян А. Г. Проблема рационального управления энергосистемой страны// Информационные технологии и управление.- Ереван, 2002.-Т. 3,№1 .- С. 243-249.

5. Акопян А.Г. Анализ иностранного опыта управления энергосистемами// Сборник трудов юбилейной научной конференции ГИУА. –Ереван, 2003.- С. 93-96.

6. Акопян А.Г., Гладунчик Е.А., Тохунц А.П., Джаангирян В.В. Определение потерь мощностей в цепях большой электроэнергетической системы методом диакоптики// Вестник Инженерной академии Армении .- Ереван, 2005.-Т.2, № 4 .- С .492-498.

7. Акопян А.Г. Особенности управления энергетическим хозяйством в развитых странах в современных условиях// Проблемы пищевой инженерии и ресурсосбережения в современных условиях: Международный сб. научных трудов Санкт- Петербургского государственного университета низкотемпературных и пищевых технологий .- СПб., 2010 .-С. 242-252.
8. Налчаджян Т.А., Акопян А.Г. Об одной задаче количественной оценки риска принятия решений// Вестник Инженерной академии Армении.- Ереван, 2010. - Т.3, № 2.- С. 269-272.
9. Акопян А.Г., Казарян А.Г. Правильный выбор фильтрующих материалов – залог экономичности и качества процесса фильтрования // Пиво и напитки .- СПб., 2007.- № 3 .- С. 110-117.
10. Акопян А.Г. Исследование условий существования максимального значения эффективности метода вероятностной оптимизации// Вестник Инженерной академии Армении.- Ереван, 2007.- Т.4, №1.- С.108-110.
11. Акопян А. Г. Задача определения оптимальной дисперсии параметров управления// Вестник Инженерной академии Армении.- Ереван, 2008.-Т.5, № 3.- С. 404-406.
12.Акопян А.Г. Оптимизация дисперсии случайного параметра управления// Вестник Инженерной академии Армении.- Ереван, 2006 .-Т.3, №3.-С. 474-477.
13. Акопян А.Г. Перспективная структура управления энергосистемами РА// Армения, Финансы, Экономика.- Ереван, 2003.- № 14-15.- С. 82-85.
14. Хачатрян В.С., Бадалян Н.П., Акопян А.Г. Оптимизация режима большой электроэнергетической системы методом Данцига- Вульфа // Вестник Инженерной академии Армении.- Ереван, 2011.-Т.8, № 3.- С. 481-483.
15. Акопян А.Г. Оптимизация экономической эффективности вероятностных процессов методом вариации числовых характеристик// Вестник ГИУА. Серия “Моделирование, Отимзация, Управление” .-Ереван, 2008 .-Вып. 11, Т. 11.- С. 92-95.
16. Налчаджян Т.А., Акопян А.Г. Об обобщенной модели эффективности вероятностных технологических процессов// Известия НАН Армении и ГИУА. Серия “Техн. наук” -Ереван, 2007.- Т. LX, № 2.- С. 346-350.
17. Налчаджян Т.А., Акопян А.Г. Модель определения оптимальной дисперсии вероятностных процессов// Вестник ГИУА. Сер. “Моделирование, Оптимизация, Управление” .- Ереван, 2006.- Вып.9, т. 2. – С. 78-81.
18. Налчаджян Т.А. Галечян А.С., Акопян А.Г. Задача определения оптимальной дисперсии вероятностного параметра управления// Вестник ГИУА. Сер. “Моделирование, Оптимизация, Управление”.- Ереван, 2009.-Вып. 12, т.1 .- С. 106-110.
19. Акопян А.Г. Принципы усовершенствования организацией структуры управления энергосистемами РА// Армения, Финансы, Экономика. - Ереван, 2003 .- № 14-15 .- С. 76-81.
20. Акопян А.Г. Управление развитием энергетики региона в условиях реинтеграции// “Проблемы пищевой инженерии и ресурсосбережения в современных условиях”:

Международный сб. научных трудов Санкт- Петербургского государственного университета низкотемпературных и пищевых технологий. - СПб., 2004.- С. 225-233.
21. Акопян А.Г. Особенности формирпвания национальной экономики и энергетической базы Республики Армения// Проблемы пищевой инженерии и ресурсосбережения в современных условиях: "Международный сб. научных трудов Санкт-Петербургского государственного университета низкотемпературных и пищевых технологий".- СПб., 2004.- С. 272-276.
22. Акопян А Г. Задача определения оптимального расположения технологических допусков// Вестник ГИУА. Серия "Моделирование, Оптимизация, Управление".-Ереван, 2007 .- Вып. 10, том 2 .- С. 98-101.

ԱՄՓՈՓՈՒՄ

1. Ցույց է տրված, որ գոյություն ունի կառավարման բնազավառի պատահական բնույթ ունեցող խնդիրների լայն դաս, որոնց արդյունավետության բարձրացումը հնարավոր է կառավարման պարամետրերի բախշման օրենքի թվային բնութագրերի՝ մաթեմատիկական սպասման, դիսպերսիայի և ավելի բարձր կարգի թվային բնութագրերի արժեքների օպտիմալ ընտրությամբ:

2. Մշակված են օպտիմալ դիսպերսիայի ընտրության ինտեգրալային մոդելներ առավել հաճախ հանդիպող հավանականությունների բաշխման օրենքների դեպքում: Ստացվել են դիսպերսիայի օպտիմալ արժեքների գնահատման հաշվային բանաձևեր:

3. Հիմնավորված է մի պարամետրից կախված բաշխման օրենքների դեպքերում մաթեմատիկական սպասման և դիսպերսիայի օպտիմումների խնդիրների համարժեքությունը,

4. Որոշվել են այն անհրաժեշտ ու բավարար պայմանները, որոնց դեպքում մաթեմատիկական սպասման և դիսպերսիայի օպտիմալ ընտրությամբ հնարավոր է մեծացնել հետազոտվող համակարգերի արդյունաբետությունը:

5. Ցույց է տրված, որ օպտիմալ դիսպերսիայի խնդիրների լուծումը գոյություն ունի միայն հավանականությունների բաշխման այն օրենքների դեպքում, որոնք սիմետրիկ են մաթեմատիկական սպասման նկատմամբ: Այս կարևոր հետևությունից բխում է, թե որքան լայն է քննարկվող խնդիրների դասը, քանի որ իրական պայմաններում հավանականությունների բաշխման օրենքները ոչ միշտ են բավարարում սիմետրիկության պայմանին:

6. Մանրամասն հետազոտված և լրամշակված է քննարկվող խնդիրների լուծման ընդհատ սկզբունքը, որը շրջանցում է մաթեմատիկական վիճակագրության հիմնական խնդիրներից մեկը՝ հիստոգրամի հղկումը, դրանով ոչ միայն մեծացնելով լուծվող խնդիրների ճշտությունը, այլ նաև լայն հնարավորություններ ստեղծում ինֆորմացիոն տեխնոլոգիաների կիրառմամբ առավել դժվար բազմաչափ խնդիրների լուծան համար: Այդ

նպատակով մտցված և օգտագործված է բարձր կարգի հիստոգրամների գաղափարը:
7. Ապացուցված է, որ արդյունավետության ընդհատ մոդելների կիրառման դեպքում օպտիմալ կառավարման խնդիրները բերվում են հանրահայտ գծային ծրագրավորման խնդիրների, ինչը լայն հնարավորություններ է ստեղծում կիրառելու գծային ծրագրավորման մեթոդների ողջ զինանոցը հետազոտվող խնդիրների լուծման համար:
8. Հետազոտված են ինտեգրալային մոդելների զգայնության ֆունկցիաներն ու գործակիցները, որոնց օգնությամբ հնարավոր է դառնում տնտեսմաթեմատիկական մոդելների ռացիոնալ կառուցվածքի ընտրության խնդրի լուծումը, ինչը կարող է էականորեն փոքրացնել քննարկվող դասի խնդիրների լուծման աշխատատարությունը:
9. Լրամշակվել է այլ հեղինակների կողմից նախկինում առաջադրված գնի ֆունկցիայի որոշման մեթոդը: Ցույց է տրվել, որ որպես գների ինչպես միաչափ, այնպես էլ բազմաչափ ֆունկցիաների փոխարեն հաճախ նպատակահարմար է կիրառել հետազոտվող կոնկրետ համակարգի արդեն պատրաստի տնտեսամաթեմատիկական մոդելները, ինչը զգալիորեն կարող է ոչ միայն հեշտացնել ինտեգրալային մոդելների մշակման գործընթացը, այլ նաև մեծացնել որոնվող օպտիմալ կառավարումների գնահատման ճշտությունը:
10. Առաջին անգամ ձևակերպվել է մեծ էլեկտրաէներգետիկական համակարգերում վեկտորական կորուստների մոդելավորման խնդիրը: Տվյալ երկչափ խնդիրը ձևափոխվել է միաչափ խնդրի ակտիվ և ռեակտիվ կորուստների հավանականությունների նորմալ բաշխվածության դեպքում: Գնահատվել է վեկտորական կորուստների դիսպերսիայի օպտրմալ հնարավոր չափը:
11. Ցույց է տրված, որ երբ թվային բնութագրերի միջոցով օպտիալ կառավարումներ փնտրելու փոխարեն առաջադրված դասում փնտրվում է հավանականությունների բաշխման խտության օպտիմալ ֆունկցիան, ապա, փաստորեն, հանրահայտ Ռիտցի մեթոդով լուծվում է վարիացիոն խնդիր:
12. Մշակված մեթոդներն ու մոտեցումները կարող են կիրառվել գիտության ու տեխնիկայի ամենատարբեր բնագավառներում հավանականային բնույթ ունեցող համակարգերի օպտիմալ կառավարման համար՝ հայտնաբերելով արդյունավետության մինչ այդ չօգտագործված լրացուցիչ հնարավորությունները:
13. Ներկայացվել են ստացված տեսական արդյունքների գործնական կիրառման մի քանի օրինակներ:

SUMMARY

1. It has been shown that there is a wider class of issues of random nature that can be effectively controlled by the optimal selection of quantitative parameters of the law, such as mathematical standby, dispersion, and numerical characteristics of the law.

2. Designed for optimal models of optimally selected models, as well as in the case of dispersal of prejudices. Balance spreadsheets for optimal cost estimate.

3. The value of the problem of optimization and optimization of the mathematical expectations of the distribution functions based on the base of the symmetry,

.4. Determine the necessary conditions, including the optimum performance of optimally selected optical systems and optimally selected systems.

5. The analysis of the optimal, optimal dispersion resolution in the light of the dissemination of optimisms, which, with symmetrical mathematical expectations. From the aforementioned point of view, the objectives of the topics that are to be broadly discussed, as in the case of business conditions, the principle of distribution of affirmative action is always a requirement of adequate meteorology.

6. A thorough investigation and refinement of the underlying problem solving, one of the main problems of mathematical statistics, is the refinement of hystogram, not only by increasing the accuracy of solved problems, but also creating wide opportunities for the solution of more complex multidimensional problems using information technology. For this purpose, the concept of high class hystograms has been introduced and used.

7. It has been proved that, in the case of exploitation of effective models of efficiency, optimal management problems are brought to the well-known linear programming problems, which creates wide opportunities for applying the entire array of linear programming methods for solving the problem.

8. Sensitivity functions and coefficients of integral models are studied with the help of which the choice of rational structure of economic mathematical models can be solved which can significantly reduce the problem solving of the problem of the subject being discussed.

9.Approved by the authors of the worksheet from the side of the function fingerprint. To be able to demonstrate that theoretically, theoretically, theoretically, theoretically, theoretically, theoretically, theoretically, theoretically, theoretically, theoretically, theoretically, theorem,

10. The problem of modeling of vector energy in the first-cycle electric-power systems. In case of depersonalization of transmitting power of the transmitted electromagnetic fields. Estimated value of optical lens dispersion equipments.

11.Presently, the search for optimally identifiable information by looking for optimally optimistic distribution of probabilities, then, in fact, is a universal problem solved by the popular methodology.

11.Presently, the search for optimally identifiable information by looking for optimally optimistic distribution of probabilities, then, in fact, is a universal problem solved by the popular methodology.

12.Products of developed methods can be used in the field of engineering in the field of optimum management of optical systems, revealing the possibilities of pre-existing utilization.

13. How many examples of present-day operational results?