

ՀՀ ԳԱԱ ՄԵԽԱՆԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ

ՇԱՀԻՆՅԱՆ ԱՐՄԱՆ ՍՄԲԱՏԻ

ՃՈՃԱՆԱԿ ԿՐՈՂ ԹՈՂՈՂ ՍԱՐՔԻ ՇԱՐԺՄԱՆ ՂԵԿԱՎԱՐՈՒՄԸ ԵՎ
ԿԱՅՈՒՆԱՑՈՒՄԸ

Ա. 02. 01 – «Տեսական մեխանիկա» մասնագիտությամբ
Ֆիզիկամաթեմատիկական գիտությունների թեկնածուի
գիտական աստիճանի հայցման ատենախոսության

ՍԵՂՍԱԳԻՐ

ԵՐԵՎԱՆ - 2021

ИНСТИТУТ МЕХАНИКИ НАН РА

ШАГИНЯН АРМАН СМБАТОВИЧ

УПРАВЛЕНИЕ И СТАБИЛИЗАЦИЯ ДВИЖЕНИЙ ЛЕТАТЕЛЬНОГО
АППАРАТА НЕСУЩЕГО МАЯТНИК

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-
математических наук по специальности 01.02.01—«Теоретическая
механика»

ЕРЕВАН – 2021

Ատենախոսության թեման հաստատվել է Երևանի պետական համալսարանում

Գիտական ղեկավար՝ ֆ.մ.գ.դ., պրոֆեսոր, ՀՀ ԳԱԱ թղթ.անդամ
Ա.Ս.Ավետիսյան

Պաշտոնական ընդդիմախոսներ՝ ֆ.մ.գ.դ., պրոֆեսոր Վ. Վ. Ավետիսյան
ֆ.մ.գ.թ., դոցենտ Ա.Գ.Մաթևոսյան

Առաջատար կազմակերպություն՝ Հայաստանի ազգային պոլիտեխնիկական
համալսարան

Պաշտպանությունը կայանալու է 2021թ. հուլիսի -2ին՝ ժամը 14⁰⁰-ին ՀՀ
ԳԱԱ Մեխանիկայի ինստիտուտում գործող 047 մասնագիտական խորհրդում:

Հասցեն՝ 0019 ք. Երևան, Մարշալ Բաղրամյան պող. 24/2, alexkhach49@yandex.ru
Ատենախոսությանը կարելի է ծանոթանալ ՀՀ ԳԱԱ Մեխանիկայի ինստիտուտի
գրադարանում:

Մեղմագիրն առաքված է 2021թ. մայիսի 21-ին:

Մասնագիտական խորհրդի գիտական
քարտուղար, ֆ.մ.գ.դ.

 Վ.Վ.Ավետիսյան

Тема диссертации утверждена в Ереванском государственном университете.

Научный руководитель доктор физ-мат. наук, профессор,
член-корреспондент НАН РА,
А. С. Аветисян

Официальные оппоненты доктор физ-мат. наук, профессор,
В. В. Аветисян
кандидат физ-мат. наук, доцент
А. Г. Матевосян

Ведущая организация Национальный политехнический
университет Армении

Защита состоится 2-ого июля 2021 г. в 14⁰⁰ на заседании специализированного совета
ВАК “Механика”-047, действующего в институте механики НАН РА.

Адрес: 00196 г. Ереван, пр. Маршала Баграмяна 24/2, avsah@mechins.am.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке института механики НАН РА.

Автореферат разослан 21-ого Мая 2021 г.

Ученый секретарь специализированного совета

Доктор физ-мат. наук,  А. М. Хачатрян.

ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ԸՆԴՀԱՆՈՒՐ ԲՆՈՒԹԱԳԻՐԸ

Թեմայի արդիականությունը: Անօդաչու թռչող սարքերը (ԱԹՍ), ընդհանուր առմամբ, թռչող մեքենաներ են, որոնք չեն պահանջում վերահսկող անձնակազմ: Անօդաչու թռչող սարքերը կարող են համարվել նաև թռչող ռոբոտներ: ԱԹՍ-ների պատմությունը սկսվում է դեռևս 1880-ականներից, երբ այդ ռոբոտներն օգտագործվում էին հիմնականում ռազմական նպատակներով: 1920 թվին հաջողությամբ նախագծվեց և կառուցվեց առաջին ոչ ռազմական քառաթև ԱԹՍ-ն: Այն կոչվեց Դ Բոտեզաթի անունով և հաջողության հասավ իր առաջին թռիչքում: Մարդկանց կողմից անօդաչու թռչող սարքեր օգտագործելու առաջին ձևերից մեկը եղել է մեծ բարձրության վրա լուսանկարիչներ լինելը: Այնուամենայնիվ, այս չափազանց պարզ ԱԹՍ-ները հայտնի չէին մինչև առաջին համաշխարհային պատերազմի ժամանակները: Իրենց ժողովրդականությունն ձեռք բերելուց մի քանի տարի անց դրանք կիրառվեցին ռազմական նպատակներով՝ չպայթած ռումբերի վերացում, վնասված շենքերի գնահատում, հակառակորդի ուժերի հետախուզում և այլն:

Տասնամյակներ անց, գիտության ու տեխնոլոգիաների զարգացման հետ միասին անօդաչու թռչող սարքերը նույնպես ավելի կատարելագործվեցին, և այժմ դրանք ունակ են շատ ավելի բարդ առաքելություններ իրականացնել ոչ միայն ռազմական ուժերում, այլև քաղաքացիական նպատակներով: Ներկայումս ԱԹՍ-ների կիրառման բնագավառը ներառում է այնպիսի գործողություններ, ինչպիսիք են քարտեզագրումը, օդի աղտոտման, հողի որակի, էլեկտրահաղորդման գծերի ստուգումը, հրդեհների հայտնաբերումը, գյուղատնտեսական տարբեր խնդիրների լուծումը և այլ ծրագրեր:

Բոլոր անօդաչու թռչող սարքերից գիտնականների և հետազոտողների շրջանում առավել մեծ հետաքրքրություն են առաջացնում քառաթև ԱԹՍ-երը՝ իրանց կառուցվածքի պարզության, էժան գնի և չափազանց ճկուն դինամիկ ներուժի պատճառով: Այս տեսակի ռոբոտների դինամիկային և ղեկավարմանն են նվիրված մեծ քանակի տարբեր գիտնականների հետազոտություններ: Կան նաև աշխատանքներ, որոնցում քննարկվում են ղեկավարման մի քանի նոր մեթոդներ, որոնք կոչվում են հիբրիդային մեթոդներ: Հիբրիդային ղեկավարման նմուշների օրինակներ ներկայացված են Բոհանգ և Դաոբո Վանգերի, Տակկուեն Կուի, Շանկար Սասթոայի և այլոց աշխատանքներում:

Ներկայացվող աշխատանքում հետազոտված է անօդաչու թռչող սարքի ղեկավարումը, օպտիմալ ղեկավարումը, կայունացումը և օպտիմալ կայունացումը, երբ թռչող սարքը կրում է ճոճանակ, որը կարող է ինչպես կախված լինել սարքից, այնպես էլ դրված լինել դրա վրա:

Ատենախոսության նպատակն է ուսումնասիրվող համակարգերի համար կառուցել ղեկավարող և օպտիմալ ղեկավարող ադդեցությունները և ստանալ դիտարկվող համակարգի շարժումների անալիտիկ տեսքերը:

Գիտական նորույթը կայանում է նրանում, որ մենք մշակել ենք ղեկավարման նոր եղանակ, որն անվանել ենք հիբրիդային եղանակ: Հիբրիդային եղանակի

էությունը կայանում է նրանում, որ մենք նախ լուծում ենք ստացված համակարգի մի մասի՝ ենթահամակարգի համար օպտիմալ կայունացման խնդիր, ընդունելով ֆազային կոորդինատներից մի քանիսը որպես ղեկավարող ազդեցություններ, այնուհետև, օգտագործելով ստացված օպտիմալ լուծումները, լուծում ենք ամբողջ համակարգի ղեկավարման խնդիրը:

Հետազոտման եղանակները: Աշխատանքում օգտագործվում են տեսական մեխանիկայի, դիֆերենցիալ հավասարումների, գծային հանրահաշվի, ղեկավարման տեսության, օպտիմալ ղեկավարման տեսության, շարժման կայունության, կայունացման և օպտիմալ կայունացման տեսությունների հետազոտման եղանակները:

Աշխատանքի գործնական արժեքը: Բեռնավորված և առանց բեռի շարժվող ԱԹՍ-երի ղեկավարման, օպտիմալ և հիբրիդային ղեկավարման, օպտիմալ կայունացման խնդիրների լուծումը ունիանժխտելի գործնական կարևորություն և կիրառություն, ինչպես նաև հնարավորություն է տալիս մեծացնելու անօդաչու թռչող սարքերի օգտագործման արդյունավետությունը իրական կյանքի տարբեր բնագավառներում:

Հիմնավորումը և հավաստիությունը: Ատենախոսությունում ստացված արդյունքները հիմնված են կայունության, ղեկավարման և կայունացման տեսությունների խիստ մաթեմատիկական ապարատի հավաստիության, ինչպես նաև տեսական արդյունքների և կոնկրետ խնդիրների լուծումների և թվային արդյունքների համեմատության վրա (կատարված Wolfram Mathematica 11.2 և MATLAB միջավայրերում): Հետազոտության հիմնական արդյունքները բերված են եզրակացության մեջ:

Ատենախոսության արդյունքները զեկուցվել և քննարկվել են.

- Երիտասարդ գիտնականների միջազգային դպրոց-գիտաժողովում, 3-7 հոկտեմբերի, 2016, Օադկաձոր, Հայաստան,
- ՀՀ ԳԱԱ 75 ամյակին նվիրված «Դեֆորմացվող միջավայրերի փոխազդեցության խնդիրները» ինտերոլ միջազգային գիտաժողովում 1-6 հոկտեմբեր, 2018, Գորիս, Հայաստան,
- ԵՊՀ մեխանիկայի ամբիոնի սեմինարներում (Երևան, 2016-2021 թթ)

Ատենախոսությունն ամբողջությամբ զեկուցվել և քննարկվել է ԵՊՀ մեխանիկայի ամբիոնի սեմինարում (16.04.2021թ.) և ՀՀ ԳԱԱ մեխանիկայի ինստիտուտի սեմինարում (06.05.2021թ.):

Հրատարակումները: Ատենախոսության հիմնական արդյունքները տպագրվել են 7 աշխատանքներում, որոնց ցուցակը բերված է սեղմագրի վերջում:

Աշխատանքի կառուցվածքը և ծավալը: Ատենախոսությունը կազմված է ներածությունից, երեք գլուխներից, եզրակացությունից և գրականության ցանկից: Աշխատանքի ընդհանուր ծավալը կազմում է 118 տպագիր էջ, ներառելով 5 նկար, 62 գրաֆիկ, իսկ գրականության ցանկը պարունակում է 56 անուն գիրք և հոդված:

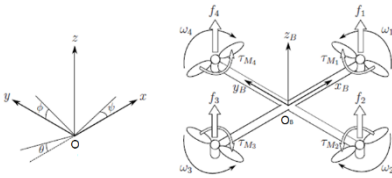
ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ՊԱՐՈՒՆԱԿՈՒԹՅՈՒՆԸ

Ներածությունում հիմնավորում է ատենախոսության արդիականությունը, տրվում է ատենախոսությունում դիտարկվող խնդիրների հետ անմիջականորեն առնչվող գրականության համառոտ վերլուծություն:

Առաջին գլխում դիտարկված է չբեռնավորված անօդաչու թռչող սարք:

§1.1. ում ներկայացված է նկ. 1-ում պատկերված քառաթև ԱԹՍ-ի կառուցվածքը:

Ընտրենք կոորդինատական համակարգեր, ինչպես ցույց է տրված նկ. 1-ում: $Oxyz$ -ը O կետում տեղադրված անշարժ իներցիալ համակարգ է, իսկ $O_Bx_By_Bz_B$ համակարգը պինդ ամրացված է ԱԹՍ-ին: Նկ. 1-ում ցույց են տրված նաև ամեն մի պտուտակի առաջացրած ուժը և պտտող մոմենտը որոնք ազդում են անօդաչու թռչող սարքի վրա: Պտուտակները համարակալված են 1-ից 4:



Նկար 1 Դասական քառաթև ԱԹՍ-ի կառուցվածքը

հարթության շեղումը հորիզոնական դիրքից և պտույտը) նկարագրելու համար օգտվենք Էյլերի անկյուններից: Φ -ով նշանակենք ԱԹՍ ամրացված կոորդինատական համակարգի պտտման անկյունը Ox առանցքի շուրջը, Θ -ով նշանակենք ԱԹՍ ամրացված համակարգի պտտման անկյունը Oy առանցքի շուրջը, իսկ Ψ -ով՝ Oz առանցքի շուրջը: Նշանակենք

$$\vec{\eta} = (\Phi \quad \Theta \quad \Psi)^T \quad (1)$$

$O_Bx_By_Bz_B$ համակարգում ԱԹՍ արագության \vec{V}_B վեկտորը և անկյունային արագության $\vec{\nu}$ վեկտորը կունենան հետևյալ տեսքերը:

$$\vec{V}_B = (v_{x,B} \quad v_{y,B} \quad v_{z,B})^T, \quad \vec{\nu} = (p \quad q \quad r)^T \quad (2)$$

Ենթադրենք ԱԹՍ համաչափ է O_Bx_B և O_By_B առանցքների նկատմամբ: Այդ դեպքում իներցիայի մոմենտների I մատրիցը կունենա անկյունագծային տեսք, ընդ որում $I_{xx} = I_{yy}$:

Նշանակենք ω_i -ով ԱԹՍ-ի i -րդ պտուտակի անկյունային արագությունը: Բոլոր 4 պտուտակների առաջացրած համագոր ուժը նշանակենք T -ով: Այն ուղղված է O_Bz_B առանցքով: $\vec{\tau}_B$ -ով նշանակենք $\tau_\Phi, \tau_\Theta, \tau_\Psi$ պտտող մոմենտներից

կազմված վեկտորը, որտեղ $\tau_\Phi, \tau_\Theta, \tau_\Psi$ էյլերի անկյուններին համապատասխանող պտտող մոմենտներն են: Կունենանք.

$$T = \sum_{i=1}^4 F_i = k \sum_{i=1}^4 \omega_i^2, \quad \overline{T_B} = (0 \quad 0 \quad T)^T \quad (3)$$

$$\overline{\tau_B} = (\tau_\Phi \quad \tau_\Theta \quad \tau_\Psi)^T = \left(Ik(-\omega_2^2 + \omega_4^2) \quad Ik(-\omega_1^2 + \omega_3^2) \quad \sum_{i=1}^4 \tau_{M_i} \right)^T \quad (4)$$

Այստեղ l -ը ԱԹՄ զանգվածների կենտրոնի և պտուտակի կենտրոնի միջև հեռավորությունն է, որտեղ k -ն դրական հաստատուն է:

Օգտվելով Նյուտոնի II օրենքից և էյլերի դինամիկական հավասարումներից, գրենք ԱԹՄ շարժման դիֆերենցիալ հավասարումները: Որոշ պարզ ձևափոխություններից հետո կունենանք.

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{T}{m} c_\Psi s_\Theta c_\Phi + \frac{T}{m} s_\Psi s_\Phi & \dot{\Phi} = p + \frac{s_\Phi s_\Theta}{c_\Theta} q + \frac{c_\Phi s_\Theta}{c_\Theta} r & \dot{p} = \frac{(I_{yy} - I_{zz})qr}{I_{xx}} - I_r \frac{q}{I_{xx}} \omega_\Gamma + \frac{\tau_\Phi}{I_{xx}} \\ \ddot{y} = \frac{T}{m} s_\Psi s_\Theta c_\Phi - \frac{T}{m} c_\Psi s_\Phi & \dot{\Theta} = c_\Phi q - s_\Phi r & \dot{q} = \frac{(I_{zz} - I_{xx})pr}{I_{yy}} - I_r \frac{p}{I_{yy}} \omega_\Gamma + \frac{\tau_\Theta}{I_{yy}} \\ \ddot{z} = -g + \frac{T}{m} c_\Theta c_\Phi & \dot{\Psi} = \frac{s_\Phi}{c_\Theta} q + \frac{c_\Phi}{c_\Theta} r & \dot{r} = \frac{(I_{xx} - I_{yy})pq}{I_{zz}} - I_r \frac{q}{I_{zz}} \omega_\Gamma + \frac{\tau_\Psi}{I_{zz}} \end{cases} \quad (5)$$

Կատարենք հետևյալ նշանակումները.

$$\begin{aligned} x_1 = x, \quad x_2 = \dot{x}, \quad x_3 = y, \quad x_4 = \dot{y}, \quad x_5 = z, \quad x_6 = \dot{z}, \\ x_7 = \Phi, \quad x_8 = \Theta, \quad x_9 = \Psi, \quad x_{10} = p, \quad x_{11} = q, \quad x_{12} = r \end{aligned} \quad (6)$$

Այդ դեպքում (12)-ի գծային մոտավորությունը կլինի.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 = x_2, \quad \dot{x}_2 = g x_8, \quad \dot{x}_3 = x_4, \quad \dot{x}_4 = -g x_7, \quad \dot{x}_5 = x_6, \quad \dot{x}_6 = u_1 \\ \dot{x}_7 = x_{10}, \quad \dot{x}_8 = x_{11}, \quad \dot{x}_9 = x_{12}, \quad \dot{x}_{10} = \frac{u_2}{I_{xx}}, \quad \dot{x}_{11} = \frac{u_3}{I_{yy}}, \quad \dot{x}_{12} = \frac{u_4}{I_{zz}} \end{aligned} \quad (7)$$

որտեղ

$$u_1 = \frac{T}{m} - g, \quad u_2 = \tau_\Phi, \quad u_3 = \tau_\Theta, \quad u_4 = \tau_\Psi$$

Օգտվելով Կալմանի հայտանիշից, ստուգված է (7) համակարգի լրիվ դեկավարելիությունը:

§1.2. -ում ԱԹՄ-ի գծային մոդելի համար ձևակերպված և լուծված է օպտիմալ դեկավարման խնդիրը:

Ընդհանուր դեպքում օպտիմալ դեկավարման խնդիրը ձևակերպվում է հետևյալ կերպ.

Խնդիր 1: Դիցուք տրված է (7) համակարգը, համակարգի սկզբնական $x(0) = x_0$ դիրքը և ցանկալի վերջնական $x(t_1) = x_d$ դիրքը: Պահանջվում է գտնել այնպիսի $u_1^0, u_2^0, u_3^0, u_4^0$ օպտիմալ դեկավարող ազդեցություններ, որոնք (7) համակարգը $x(0) = x_0$ սկզբնական դիրքից կտեղափոխեն $x(t_1) = x_d$ վերջնական դիրք՝

$$\int_0^{t_1} (u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2) d\tau \quad (8)$$

որակի հայտանիշին տալով մինիմալ արժեք:

Լուծում: Հայտնի է, որ օպտիմալ ղեկավարող ազդեցությունները կարող ենք գրել $u^0(t) = B^T X^T(t, t_1)$ դետեքով, որտեղ B -ն ղեկավարման մատրիցն է: Որոշ պարզ քայլերից հետո կունենանք.

$$u_1^0 = \frac{6(x_{05} - x_{d5} + t_1 x_{06})}{t_1^2} + \left(\frac{12(x_{05} - x_{d5} + t_1 x_{06})}{t_1^3} - \frac{6(x_{06} - x_{d6})}{t_1^2} \right) (t - t_1) - \frac{4(x_{06} - x_{d6})}{t_1}$$

$$u_2^0 = -\frac{4I_{xx}}{gt_1^7} \left[210(x_{03} - x_{d3})(20t^3 - t_1^3) - 30t_1^4(4x_{04} - 3x_{d4}) + \right. \\ \left. + (30x_{07} + 4t_1 x_{010} - 15x_{d7} + t_1 x_{d10})gt_1^5 + 1260tt_1(x_{03} - x_{d3})(2t_1 - 5t) + \right. \\ \left. + 2100t^3 t_1(x_{04} + x_{d4}) + 90tt_1^3(15x_{04} + 13x_{d4}) - 180t^2 t_1^2(18x_{04} + 17x_{d4}) - \right. \\ \left. - 30gt_1^4(10x_{07} - 7x_{d7}) - 15gtt_1^5(2x_{010} + x_{d10}) - 420gt^2 t_1^2(x_{07} - x_{d7}) + \right. \\ \left. + 45gt^2 t_1^3(15x_{07} - 13x_{d7}) + 15gt^2 t_1^4(4x_{010} + 3x_{d10}) - 35gt^3 t_1^3(x_{010} + x_{d10}) \right]$$

$$u_3^0 = -\frac{4I_{yy}}{gt_1^7} (4200t^3 x_{01} - 210t_1^3 x_{01} - 120t_1^4 x_{02} - 4200t^3 x_{d1} + 210t_1^3 x_{d1} - 90t_1^4 x_{d2} - \\ - 30gt_1^5 x_{08} - 4gt_1^6 x_{011} + 15gt_1^5 x_{d8} - gt_1^6 x_{d11} + 2520tt_1^2 x_{01} - 6300t^2 t_1 x_{01} + 1350tt_1^3 x_{02} + \\ + 2100t^3 t_1 x_{02} - 2520tt_1^2 x_{d1} + 6300t^2 t_1 x_{d1} + 1170tt_1^3 x_{d2} + 2100t^3 t_1 x_{d2} - 3240t^2 t_1^2 x_{02} - \\ - 3060t^2 t_1^2 x_{d2} + 300gtt_1^4 x_{08} + 30gtt_1^5 x_{011} - 210gtt_1^4 x_{d8} + 15gtt_1^5 x_{d11} - 675gt^2 t_1^3 x_{08} + \\ + 420gt^3 t_1^2 x_{08} - 60gt^2 t_1^4 x_{011} + 35gt^3 t_1^3 x_{011} + 585gt^2 t_1^2 x_{d8} - 420gt^3 t_1^2 x_{d8} - 45gt^2 t_1^4 x_{d11} + \\ + 35gt^3 t_1^3 x_{d11})$$

$$u_4^0 = \frac{2I_{zz}(6tx_{09} - 3t_1 x_{09} - 6tx_{d9} + 3t_1 x_{d9} - 2t_1^2 x_{012} - t_1^2 x_{d12} + 3tt_1 x_{012} + 3tt_1 x_{d12})}{t_1^3}$$

Թվային օրինակ: Ենթադրենք ունենք պարամետրերի հետևյալ արժեքները.

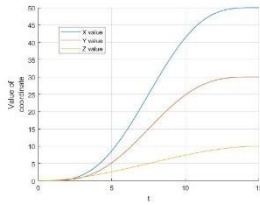
$$I_{xx} = I_{yy} = 4.856 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2, \quad I_{zz} = 8.801 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2, \quad g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \quad t_0 = 0 \text{ s}, \quad t_1 = 15 \text{ s},$$

$$x(0) = 0, \quad x(15) = \left(50 \quad 0 \quad 30 \quad 0 \quad 10 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \frac{\pi}{2} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \right)^T$$

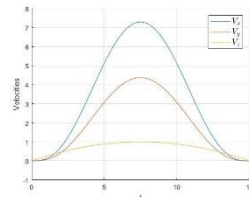
Պարամետրերի այս արժեքների դեպքում օպտիմալ ղեկավարող ազդեցությունները կլինեն.

$$\begin{pmatrix} u_1^0 \\ u_2^0 \\ u_3^0 \\ u_4^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.27 - 0.036t \\ 1.5 \times 10^{-6} (t - 15)^3 + 3.3 \times 10^{-5} (t - 15)^2 + 2 \times 10^{-4} t - 2.7 \times 10^{-3} \\ -2.4 \times 10^{-6} (t - 15)^3 - 5.5 \times 10^{-5} (t - 15)^2 - 3.3 \times 10^{-4} t + 4.5 \times 10^{-3} \\ 3.7 \times 10^{-4} - 4.9 \times 10^{-5} t \end{pmatrix}$$

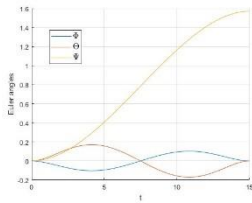
Օպտիմալ ֆազային հետագծերը ցույց են տրված Նկ.2 – Նկ.5 պատկերներում:



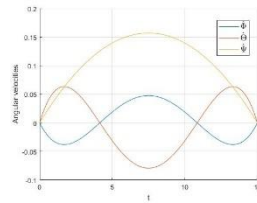
Նկար 2 ԱԹՍ զանգվածների կենտրոնի X, Y և Z կոորդինատների օպտիմալ հետագծերի գրաֆիկները:



Նկար 3 ԱԹՍ զանգվածների կենտրոնի օպտիմալ արագությունների գրաֆիկները:



Նկար 4 ԱԹՍ պտտման էյլերի անկյունների գրաֆիկները:



Նկար 5 ԱԹՍ պտտման անկունային արագությունները:

§1.3-ում ԱԹՍ-ի զծային մոդելի համար ձևակերպված և լուծված է օպտիմալ կայունացման խնդիրը:

Խնդիր 2: Տրված է (7) համակարգը, համակարգի սկզբնական $x(0) = x_0$ դիրքը:

Պահանջվում է գտնել այնպիսի $u^0 = (u_1^0 \ u_2^0 \ u_3^0 \ u_4^0)^T$ օպտիմալ ղեկավարող ազդեցություններ, որոնք համակարգը տրված սկզբնական դիրքից կբերեն ասիմպտոտիկ կայուն դիրքի, մինիմիզացնելով

$$J[\bullet] = \int_0^{\infty} \left(\sum_{i=1}^{12} x_i^2 + \sum_{i=1}^4 u_i^2 \right) d\tau \quad (9)$$

ֆունկցիոնալը:

Լուծում: Խնդիրը լուծենք՝ օգտվելով Լյապունով-Բելմանի մեթոդից: Նկատենք, որ (15) համակարգը հնարավոր է ներկայացնել չորս տարբեր համակարգերի միջոցով:

Այսինքն՝ մենք կունենանք չորս հատ իրարից անկախ լրիվ ղեկավարելի համակարգ: Դա նշանակում է, որ մենք կարող ենք խնդիրը լուծել յուրաքանչյուր համակարգի համար առանձին: Պարամետրերի $a = 1/I_{xx} = 1/I_{yy} = 205.93 \text{ .1/կգ.մ}^2$, $g = 9.81 \text{ մ/վրկ}^2$ արժեքների դեպքում կունենանք.

$$\begin{aligned}
V_1^0(x_5, x_6) &= 1.732x_5^2 + 2x_5x_6 + 1.732x_6^2 \\
V_2^0(x_3, x_4, x_7, x_{10}) &= 1.457x_3^2 + 0.712x_4^2 + 5.574x_7^2 + 0.00499x_{10}^2 + 1.121x_3x_4 - \\
&- 2.053x_3x_7 - 0.00971x_3x_{10} - 2.979x_4x_7 - 0.0141x_4x_{10} + 0.0534x_7x_{10} \\
V_3^0(x_1, x_2, x_8, x_{11}) &= 1.457x_1^2 + 0.712x_2^2 + 5.574x_8^2 + 0.00499x_{11}^2 + 1.121x_1x_2 + \\
&+ 2.053x_1x_8 + 0.00971x_1x_{11} + 2.979x_2x_8 + 0.0141x_2x_{11} + 0.0534x_8x_{11} \\
V_4^0(x_9, x_{12}) &= 1.009x_9^2 + 0.0176x_9x_{12} + 0.0089x_{12}^2
\end{aligned} \tag{10}$$

Հետևաբար, օպտիմալ ղեկավարող ազդեցությունները կլինեն.

$$\begin{aligned}
u_1^0 &= -\frac{1}{2} \frac{\partial V_1}{\partial x_6} = -x_5 - 1.732x_6, \quad u_4^0 = -\frac{1}{2} b \frac{\partial V_4}{\partial x_{12}} = -x_9 - 1.0112x_{12} \\
u_2^0 &= -\frac{1}{2} a \frac{\partial V_2}{\partial x_{10}} = 1.00082x_3 + 1.452x_4 - 5.498x_7 - 1.0276x_{10} \\
u_3^0 &= -\frac{1}{2} a \frac{\partial V_3}{\partial x_{11}} = -1.00082x_1 - 1.452x_2 - 5.498x_8 - 1.0276x_{11}
\end{aligned} \tag{11}$$

Ստացված արդյունքներն ավելի պատկերավոր ցույց տալու համար մենք օպտիմալ ղեկավարող ազդեցությունների համար ստացված (11) արտահայտությունները տեղադրել ենք (7) համակարգի մեջ և ստացել ենք սովորական դիֆերենցյալ հավասարումների հետևյալ համակարգը.

$$\begin{cases}
\dot{x}_1 = x_2, \quad \dot{x}_2 = gx_8, \quad \dot{x}_3 = x_4, \quad \dot{x}_4 = -gx_7, \quad \dot{x}_5 = x_6 \\
\dot{x}_6 = -x_5 - 1.732x_6, \quad \dot{x}_7 = x_{10}, \quad \dot{x}_8 = x_{11}, \quad \dot{x}_9 = x_{12} \\
\dot{x}_{10} = \frac{1.00082x_3 + 1.452x_4 - 5.498x_7 - 1.0276x_{10}}{I_{xx}} \\
\dot{x}_{11} = \frac{-1.00082x_1 - 1.452x_2 - 5.498x_8 - 1.0276x_{11}}{I_{yy}} \\
\dot{x}_{12} = \frac{-x_9 - 1.0112x_{12}}{I_{zz}}
\end{cases}$$

որի լուծումները

$$\begin{aligned}
x_{1,0} &= 50, \quad x_{2,0} = 0, \quad x_{3,0} = 30, \quad x_{4,0} = 0, \quad x_{5,0} = 10, \quad x_{6,0} = 0, \\
x_{7,0} &= 0, \quad x_{8,0} = 0, \quad x_{9,0} = \frac{\pi}{2}, \quad x_{10,0} = 0, \quad x_{11,0} = 0, \quad x_{12,0} = 0
\end{aligned}$$

սկզբնական պայմանների դեպքում կլինեն.

$$\begin{cases}
x_1 = -0.00057e^{-209.407t} (e^{3.215t} - 1352000e^{208.399t} + 481439.64e^{207.2t} \cos(2.204t) - 136094.805e^{207.2t} \sin(2.204t)) \\
x_2 = 0.0118e^{-209.407t} (e^{3.215t} - 6609.404e^{208.399t} + 6608.404e^{207.2t} \cos(2.204t) + 3689.331e^{207.2t} \sin(2.204t)) \\
x_3 = -0.000034e^{-209.407t} (e^{3.215t} - 1.352e^{208.399t} + 481439.643e^{207.2t} \cos(2.204t) - 136094.805e^{207.2t} \sin(2.204t)) \\
x_4 = 0.007e^{-209.407t} (e^{3.215t} - 6609.404e^{208.399t} + 6608.404e^{207.2t} \cos(2.204t) + 3689.331e^{207.2t} \sin(2.204t)) \\
x_5 = 10e^{-0.881t} (\cos(0.473t) + 1.862\sin(0.473t)) \\
x_6 = -21.136e^{-0.881t} \sin(0.473t) \\
x_7 = 0.149e^{-209.407t} (e^{3.215t} - 32.305e^{208.399t} + 31.305e^{207.2t} \cos(2.204t) + 110.131e^{207.2t} \sin(2.204t)) \\
x_8 = -0.249e^{-209.407t} (e^{3.215t} - 32.305e^{208.399t} + 31.305e^{207.2t} \cos(2.204t) + 110.131e^{207.2t} \sin(2.204t)) \\
x_9 = -0.014e^{-114.896t} (e^{0.998t} - 114.174e^{113.898t}) \\
x_{10} = -30.786e^{-209.407t} (e^{3.215t} - 0.158e^{208.399t} - 0.842e^{207.2t} \cos(2.204t) + 1.514e^{207.2t} \sin(2.204t)) \\
x_{11} = 51.31e^{-209.407t} (e^{3.21t} - 0.158e^{208.399t} - 0.842e^{207.2t} \cos(2.204t) + 1.514e^{207.2t} \sin(2.204t)) \\
x_{12} = 1.581e^{-114.896t} (e^{0.998t} - e^{113.898t})
\end{cases}$$

Հետևաբար, կունենանք օպտիմալ ղեկավարող ազդեցությունները ժամանակից կախված.

$$\begin{cases} u_1(t) = e^{-0.881t} (-10 \cos(0.473t) + 18.622 \sin(0.473t)) \\ u_2(t) = 30.827 e^{-206.192t} - 45.712 e^{-1.008t} - 1.497 e^{-2.207t} \cos(2.204t) \\ \quad - 0.194 e^{-2.207t} \sin(2.204t) \\ u_3(t) = -52.726 e^{-206.192t} + 1.352 e^{-206.192t} + 0.221 e^{-1.008t} + 1.491 e^{-2.207t} \cos(2.204t) \\ \quad - 0.033 e^{-2.207t} \sin(2.204t) \\ u_4(t) = -1.585 e^{-113.898t} + 0.0003 e^{-0.998t} \end{cases}$$

Ընտրված սկզբնական պայմանների դեպքում որակի հայտանիշը կընդունի $J^0[\bullet] = 8766.99$ միավոր մինիմալ արժեք: Այնուհետև ստացված են օպտիմալ հետագծերը և օպտիմալ ղեկավարումների գրաֆիկները:

Առաջին գլխի չորրորդ պարագրաֆում դիտարկված է կրկնակի մաթեմատիկական ճոճանակի օպտիմալ կայունացման խնդիրը ըստ ղեկավարումների կարևորության, որտեղ տարբեր ղեկավարող ազդեցություններ մասնակցում են տարբեր կշիռներով կամ գործակիցներով: Խնդիրը լուծված է Լյապունով-Բելմանի եղանակով, կառուցված է Լյապունովի օպտիմալ ֆունկցիան և օպտիմալ ղեկավարող ազդեցությունը: Մտացված լուծումը թույլ է տալիս նաև թվայնորեն գտնել օպտիմալ ղեկավարող ազդեցություններին համապատասխան ըստ կարևորության գործակիցների արժեքները:

Ատենախտառության երկրորդ գլխում ձևակերպված և լուծված է գծային համակարգերի նոր, հիբրիդային ղեկավարման խնդիրը:

Առաջին պարագրաֆում ձևակերպված և լուծված է հաստատուն գործակիցներով գծային դիֆերենցիալ հավասարումների համակարգի հիբրիդային ղեկավարման խնդիրը ընդհանուր դեպքում:

Դիցուք ունենք ղեկավարվող համակարգ, որը նկարագրվում է դիֆերենցիալ հավասարումների

$$\dot{x}_i = a_{i1}x_1 + \dots + a_{in}x_n + p_{i1}y_1 + \dots + p_{ik}y_k + b_{i1}u_1 + \dots + b_{ir}u_r \quad (12)$$

$$\dot{y}_j = c_{j1}y_1 + \dots + c_{jk}y_k + d_{j1}x_1 + \dots + d_{jm}x_m \quad (13)$$

համակարգով, որտեղ $a_{il}, b_{is}, c_{jq}, d_{jr}, p_{iq}$ գործակիցները իրական հաստատուններ են ($i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, k, r \leq n - m, m \leq k \leq n, l = 1, \dots, n, s = 1, \dots, r, q = 1, \dots, k, f = 1, \dots, m$), $x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_k$ -ը համակարգի ֆազային կոորդինատներն են, իսկ u_1, \dots, u_r -ը ղեկավարող ազդեցությունները:

Ներմուծելով համապատասխան A, P, B, C, D մատրիցները, (12)-(13)

համակարգը կարող ենք գրել

$$\dot{x} = Ax + Py + Bu \quad (14)$$

$$\dot{y} = Cy + D\bar{x} \quad (15)$$

տեսքով, որտեղ $x = (x_1 \ \dots \ x_n)^T$ -ը n չափանի, $y = (y_1 \ \dots \ y_k)^T$ -ը k չափանի,

$\bar{x} = (\bar{x}_1 \ \dots \ \bar{x}_m)^T$ -ը որոշ $x_1 \ \dots \ x_n$ ֆազային կոորդինատներից կազմված m

չափանի վեկտոր սյուն է, իսկ $u = (u_1 \ \dots \ u_r)^T$ -ը՝ r չափանի վեկտոր սյուն էր են: Ձևակերպենք հետևյալ խնդիրը.

Խնդիր 3: Տրված է (12)-(13) (կամ (14)-(15)) համակարգը, $[t_0, t_1]$

ժամանակահատվածը, համակարգի սկզբնական $\begin{pmatrix} x(t_0) \\ y(t_0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$ և $x(t_1) = x_1$

վերջնական դիրքերը: Պահանջվում է u_1, \dots, u_r ղեկավարող ազդեցություններն ընտրել այնպես, որ դրանք համակարգը տրված սկզբնական դիրքից տանեն տրված վերջնական դիրք:

Ենթադրենք A, B, C, D մատրիցներն այնպիսին են, որ

$$\text{rank } K_1 = \{D, CD, \dots, C^{k-1}D\} = k \quad (16)$$

$$\text{rank } K_2 = \{B_1, A_1 B_1, \dots, A_1^{n+k-1} B_1\} = n+k \quad (17)$$

$$\text{rank } K_3 = \{B_2, A_2 B_2, \dots, A_2^{n-m-1} B_2\} = n-m \quad (18)$$

որտեղ A_1, B_1, A_2, B_2 մատրիցները ևս (12)-(13) համակարգը նկարագրող մատրիցներ են:

Ենթադրենք նաև, որ (13) (կամ (15)) ենթահամակարգի վրա դրված է լրացուցիչ պայման. y_1, \dots, y_k Ֆազային կոորդինատները մնան $O(0 \ \dots \ 0)$ կետին հնարավորինս մոտ, այսինքն $y(t_1) = y_1$ լինի զրոյին անվերջ մոտ և բավարարվի տրված որակի հայտանիշը:

Դիցուք որպես որակի հայտանիշ տրված է

$$J[\bullet] = \int_{t_0}^{\infty} \left(\sum_{i,j=1}^k \alpha_{ij} y_i y_j + \sum_{i,j=1}^m \beta_{ij} x_i x_j \right) dt \quad (19)$$

Ֆունկցիոնալը:

(13) (կամ (15)) համակարգում ընտրելով x_1, \dots, x_m ֆազային կոորդինատները որպես ղեկավարող ազդեցություններ, ձևակերպենք հետևյալ խնդիրը.

Խնդիր 4: Դիցուք տրված է (13) (կամ (15)) համակարգը և (19) որակի հայտանիշը: Պահանջվում է գտնել ղեկավարող ազդեցություններն այնպես, որ (13) (կամ (15)) համակարգը դառնա ասիմպտոտիկ կայուն, իսկ (19) որակի հայտանիշն ընդունի մինիմալ արժեք:

Քանի որ (13) (կամ (15)) համակարգը (16) ենթադրության դեպքում լրիվ ղեկավարելի է, ապա ցանկացած թույլատրելի սկզբնական $y(t_0) = y_0$ արժեքի համար գոյություն ունի խնդիր 4-ը լուծող միակ $(x_1^0 \ \dots \ x_m^0)^T$ ղեկավարող ազդեցություն: Դա նշանակում է, որ $y_1^0(t), \dots, y_k^0(t)$ ֆազային կոորդինատները ևս որոշվում են միարժեք:

Վերադառնանք խնդիր 3-ին: Խնդիր 4-ի լուծումից ստացված $\bar{x}_i^0[t], \dots, \bar{x}_m^0[t]$ և $y_1^0(t), \dots, y_k^0(t)$ ֆունկցիաները տեղադրելով (12) համակարգի մեջ, կունենանք.

$$\dot{x}_i = a_{i,m+1}x_{m+1} + \dots + a_{i,n}x_n + b_{i1}u_1 + \dots + b_{in}u_n + f_i(t), \quad i = m+1, \dots, n \quad (20)$$

որտեղ

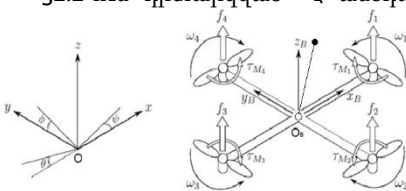
$$f_i(t) = a_{i1}\bar{x}_1^0[t] + \dots + a_{im}\bar{x}_m^0[t] + p_{i1}y_1^0(t) + \dots + p_{ik}y_k^0(t), \quad i = 1, \dots, n \quad (21)$$

Պարզ է, որ (12) համակարգի առաջին m հատ հավասարումները կդառնան հանրահաշվական հավասարումներ, քանի որ $x_i^0[t], \dots, x_m^0[t]$ ֆունկցիաներն արդեն հայտնի են:

Համաձայն (18) պայմանի, (12) - (13) համակարգը լրիվ դեկավարելի է, հետևաբար մնում է դեկավարման խնդիրների լուծման որևէ ալգորիթմով գտնել $u = (u_1(t) \ \dots \ u_r(t))^T$ դեկավարող ազդեցությունները:

Երկրորդ գլխի երկրորդ և երրորդ պարագրաֆներում հիբրիդային դեկավարման խնդրի լուծման ալգորիթմով լուծված են երկու տարբեր համակարգերի դեկավարման խնդիրներ:

§2.2-ում դիտարկված է անօդաչու թռչող սարքի դինամիկան անօդաչու սարքի վրա տեղադրված շրջված ճոճանակի հետ միասին:



Սկար 6Շրջված ճոճանակ կրող ԱԹՍ-ի մոդելը:

Նորից դիտարկենք քառաթև ԱԹՍ, որին հողակապով ամրացված է շրջված ճոճանակ (նկ.6):

Այս դեպքումս, ԱԹՍ-ի դինամիկան կունենա (5)տեսքը: Ինչ վերաբերում է ճոճանակի մաթեմատիկական մոդելին, ապա մենք կդիտարկենք դրա

դինամիկան $O_B x_B y_B z_B$ կոորդինատական համակարգում:

Իր հիմքի նկատմամբ, որն այս դեպքում O_B կետն է, ճոճանակն ունի երկու ազատության աստիճան: Նշանակենք x_p -ով և y_p -ով ճոճանակի գնդիկի կոորդինատները $O_B x_B$ և $O_B y_B$ առանցքների նկատմամբ: Այդ դեպքում նրա դիրքը

$O_B z_B$ առանցքի նկատմամբ կորոշվի $\zeta = \sqrt{l_p^2 - x_p^2 - y_p^2}$ արտահայտությամբ, որտեղ l_p -ն ճոճանակի զանգվածների կենտրոնի հեռավորությունն է իր հիմքից: Ճոճանակի դինամիկան մոդելավորենք այն ենթադրությամբ, որ դա զանգվածների կենտրոնում կենտրոնացված կետային զանգված է, չունի իներցիա և կցված է ԱԹՍ-ի զանգվածների կենտրոնին: Հետևաբար, ԱԹՍ-ի պտույտները ճոճանակի հիմքի որևէ շարժում չեն առաջացնում: Օգտվելով Լագրանժի երկրորդ սեռի հավասարումներից կազմենք ճոճանակի շարժման դիֆերենցիալ հավասարումները: Ճոճանակի համար Լագրանժի ֆունկցիան կունենա

$$\mathcal{L} = \frac{m_p}{2} \left((\dot{x} + \dot{x}_p)^2 + (\dot{y} + \dot{y}_p)^2 + \left(\dot{z} + \frac{x_p \dot{x}_p + y_p \dot{y}_p}{\zeta} \right)^2 \right) - m_p g (z + \zeta) \quad (22)$$

տեսքը: Հետևաբար, ճոճանակի շարժման դիֆերենցիալ հավասարումները կլինեն.

$$\begin{cases} \ddot{x}_p = \frac{1}{(l_p^2 - y_p^2)\zeta^2} \left(-x_p^4 \ddot{x} - (l_p^2 - y_p^2) \ddot{x} - 2x_p^3 (y_p \dot{x}_p \dot{y}_p - (l_p^2 - y_p^2) \dot{x}) + x_p^3 (\dot{y}_p^2 + y_p \dot{y}_p - \zeta (g + \ddot{z})) \right. \\ \quad \left. + x_p (-l_p^2 y_p \ddot{y}_p + y_p^3 \ddot{y}_p + y_p^2 (\dot{x}_p^2 - \zeta (g + \ddot{z})) + l_p^2 (-\dot{x}_p^2 - \dot{y}_p^2 + \zeta (g + \ddot{z}))) \right) \\ \ddot{y}_p = \frac{1}{(l_p^2 - x_p^2)\zeta^2} \left(-y_p^4 \ddot{y} - (l_p^2 - x_p^2) \ddot{y} - 2y_p^3 (x_p \dot{x}_p \dot{y}_p - (l_p^2 - x_p^2) \dot{y}) + y_p^3 (\dot{x}_p^2 + x_p \dot{x}_p - \zeta (g + \ddot{z})) \right. \\ \quad \left. + y_p (-l_p^2 x_p \ddot{x}_p + x_p^3 \ddot{x}_p + x_p^2 (\dot{y}_p^2 - \zeta (g + \ddot{z})) + l_p^2 (-\dot{x}_p^2 - \dot{y}_p^2 + \zeta (g + \ddot{z}))) \right) \end{cases} \quad (23)$$

Օգտվելով համակարգի զանգվածների կենտրոնի որոշման բանաձևից, մենք կարող ենք որոշել ԱՄՍ-ճոճանակ համակարգի զանգվածների կենտրոնի կոորդինատները $Oxyz$ անշարժ համակարգի նկատմամբ:

$$x_c = x + \frac{m_p}{m + m_p} x_p, \quad y_c = y + \frac{m_p}{m + m_p} y_p, \quad z_c = z + \frac{m_p}{m + m_p} \sqrt{l_p^2 - x_p^2 - y_p^2}$$

ԱՄՍ-ճոճանակ համակարգի շարժման դիֆերենցիալ հավասարումները առաջին կարգի համակարգի տեսքով գծային մոտավորությամբ ստանալու համար կատարենք հետևյալ նշանակումները.

$$\begin{aligned} x_1 = x_c, \quad x_2 = \dot{x}_c, \quad x_3 = y_c, \quad x_4 = \dot{y}_c, \quad x_5 = z_c, \quad x_6 = \dot{z}_c, \quad x_7 = \Phi, \quad x_8 = \Theta, \\ x_9 = \Psi, \quad x_{10} = p, \quad x_{11} = q, \quad x_{12} = r, \quad x_{13} = x_p, \quad x_{14} = \dot{x}_p, \quad x_{15} = y_p, \quad x_{16} = \dot{y}_p \end{aligned} \quad (24)$$

և ենթադրելով, որ $m_{UAV} = m_p = 1$, կունենանք.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 = x_2, \quad \dot{x}_2 = \frac{g}{2} x_8 + \frac{g}{2l_p} x_{13}, \quad \dot{x}_3 = x_4, \quad \dot{x}_4 = -\frac{g}{2} x_7 + \frac{g}{2l_p} x_{15}, \quad \dot{x}_5 = x_6, \quad \dot{x}_6 = u_1, \quad \dot{x}_7 = x_{10}, \quad \dot{x}_8 = x_{11}, \quad \dot{x}_9 = x_{12}, \\ \dot{x}_{10} = \frac{u_2}{I_{xx}} + \frac{g}{I_{xx}} x_{15}, \quad \dot{x}_{11} = \frac{u_3}{I_{yy}} + \frac{g}{I_{yy}} x_{13}, \quad \dot{x}_{12} = \frac{u_4}{I_{zz}}, \quad \dot{x}_{13} = x_{14}, \quad \dot{x}_{14} = -g x_8 + \frac{g}{l_p} x_{13}, \quad \dot{x}_{15} = x_{16}, \quad \dot{x}_{16} = g x_7 + \frac{g}{l_p} x_{15} \end{aligned} \quad (25)$$

Օգտագործելով Կալմանի թեորեմը, հեշտ է ստուգել, որ (24) համակարգը լրիվ ղեկավարելի է:

Խնդիր 5: Տրված է (27) համակարգը, նրա սկզբնական $x_1(0) = x_{10}, x_3(0) = x_{30}, x_5(0) = x_{50}$

և վերջնական $x_1(t_1) = x_{11}, x_3(t_1) = x_{31}, x_5(t_1) = x_{51}$ դիրքերը: Պահանջվում է գտնել u_1, u_2, u_3 ղեկավարող ազդեցություններն այնպես, որ դրանք համակարգը տրված սկզբնական դիրքից բերեն վերջնական դիրք:

Նշենք, որ ձևակերպված ղեկավարման խնդիրը օպտիմալ ղեկավարման խնդիր չէ:

Մեր մոտեցումը ձևակերպված խնդրի լուծմանը կայանում է հետևյալում. Նախ հետևում ենք, որ ճոճանակը մնա իր տեղում, չընկնի: Դա ապահովվելու համար մենք $O_B x_B y_B z_B$ կոորդինատային համակարգի ներսում առանձնացնում ենք օպտիմալ ղեկավարող ազդեցություններ: Սյնուետև, համոզվելով, որ ճոճանակը կմնա շրջված (չի ընկնի), անցնում ենք հիմնական ղեկավարման խնդրի լուծմանը:

Դրա համարձակերպենք օպտիմալ կայունացման խնդիր (օժանդակ խնդիր)

$$\dot{x}_{13} = x_{14}, \quad \dot{x}_{14} = -gu_5 + \frac{g}{l_p} x_{13}, \quad \dot{x}_{15} = x_{16}, \quad \dot{x}_{16} = gu_6 + \frac{g}{l_p} x_{15} \quad (26)$$

ենթահամակարգի համար: Հարկ է նշել, որ մենք այստեղ կատարել ենք $x_8 = u_5, x_7 = u_6$ նշանակումները:

Խնդիր 6: Տրված է (26) համակարգը, նրա $x_i(0) = x_{i0}, i = \overline{13,16}$, սկզբնական դիրքը: Պահանջվում է գտնել $u^0 = (u_5^0 \ u_6^0)^T$ օպտիմալ ղեկավարող ազդեցություններն այնպես, որ դրանք համակարգը տրված սկզբնական դիրքից բերեն ասիմպտոտիկ կայուն վիճակի, մինիմիզացնելով

$$J[\bullet] = \int_0^{\infty} (x_{14}^2 + x_{16}^2 + u_5^2 + u_6^2) d\tau \text{ ֆունկցիոնալը:}$$

Նկատենք, որ (26) համակարգը հնարավոր է բաժանել երկու ենթահամակարգերի: Դրանք են.

$$\dot{x}_{13} = x_{14}, \quad \dot{x}_{14} = \frac{g}{l_p} x_{13} - gu_5 \quad (27)$$

$$\dot{x}_{15} = x_{16}, \quad \dot{x}_{16} = \frac{g}{l_p} x_{15} + gu_6 \quad (28)$$

Կրկին օգտվելով Լյապունով-Բելմանի եղանակից, կունենանք

$$u_5^0 = \frac{2}{l_p} x_{13} + \sqrt{\frac{gl_p + 4}{gl_p}} x_{14} \quad (29)$$

u_5^0 օպտիմալ ղեկավարումը ժամանակից կախված ($u_5^0 = u_5^0(t)$) ստանալու համար հարկավոր է տեղադրել (29)-ը (27)-ի մեջ և ինտեգրել: Կունենանք.

$$u_5^0 = \frac{\sqrt{\frac{gl_p + 4}{gl_p}} \left(e^{\frac{i(-gl_p - gl_p \sqrt{\frac{gl_p + 4}{gl_p}})}{2l_p}} - e^{\frac{i(gl_p - gl_p \sqrt{\frac{gl_p + 4}{gl_p}})}{2l_p}} \right)}{2l_p} - \frac{\left(\sqrt{\frac{gl_p + 4}{gl_p}} e^{\frac{i(-gl_p - gl_p \sqrt{\frac{gl_p + 4}{gl_p}})}{2l_p}} - \sqrt{\frac{gl_p + 4}{gl_p}} e^{\frac{i(gl_p - gl_p \sqrt{\frac{gl_p + 4}{gl_p}})}{2l_p}} - e^{\frac{i(-gl_p - gl_p \sqrt{\frac{gl_p + 4}{gl_p}})}{2l_p}} - e^{\frac{i(gl_p - gl_p \sqrt{\frac{gl_p + 4}{gl_p}})}{2l_p}} \right)}{2l_p}$$

$u_6^0 = u_6^0(t)$ ղեկավարող ազդեցության համար կունենանք.

$$u_6^0 = -\frac{\left(e^{\frac{i(-gl-g\sqrt{\frac{gl+4}{gl}})}{2l}} - e^{\frac{i(gl-g\sqrt{\frac{gl+4}{gl}})}{2l}} \right)}{l^2} + \frac{1}{4} \sqrt{\frac{gl+4}{gl}} \left(\sqrt{\frac{gl+4}{gl}} e^{\frac{i(-gl-g\sqrt{\frac{gl+4}{gl}})}{2l}} - \sqrt{\frac{gl+4}{gl}} e^{\frac{i(gl-g\sqrt{\frac{gl+4}{gl}})}{2l}} - e^{\frac{i(-gl-g\sqrt{\frac{gl+4}{gl}})}{2l}} - e^{\frac{i(gl-g\sqrt{\frac{gl+4}{gl}})}{2l}} \right)$$

Այստեղ ենթադրված է, որ ժամանակի սկզբնական պահին (27) համակարգը եղել է

$$x_{13}(0) = 0.5m, x_{14}(0) = 0m, x_{15}(0) = 0.5m, x_{16}(0) = 0m \text{ դիրքում:}$$

Վերադառնանք հիմնական խնդրին: Հիշենք, որ խնդիր 6-ի լուծման ժամանակ ստացված $u_5^0 = u_5^0(t)$ և $u_6^0 = u_6^0(t)$ ղեկավարող ազդեցությունները (25) համակարգում մասնակցող x_7 և x_8 ֆազային կոորդինատներն են: Այդ դեպքում հեշտ է տեսնել, որ (25) համակարգի երկու ենթահամակարգերը հեշտությամբ ինտեգրվում են: Իրոք, ունենք

$$\dot{x}_1 = x_2, \dot{x}_2 = \frac{g}{2}x_8 + \frac{g}{2l_p}x_{13}, \dot{x}_8 = x_{11}, \dot{x}_{11} = \frac{u_3}{I_{yy}} + \frac{g}{I_{yy}}x_{13} \quad (30)$$

$$\dot{x}_3 = x_4, \dot{x}_4 = -\frac{g}{2}x_7 + \frac{g}{2l_p}x_{15}, \dot{x}_7 = x_{10}, \dot{x}_{10} = \frac{u_2}{I_{xx}} + \frac{g}{I_{xx}}x_{15} \quad (31)$$

որտեղ արդեն $x_7 = x_7(t)$ և $x_8 = x_8(t)$ լուծումները հայտնի են: Այդ դեպքում (30)-ից հեշտությամբ կստանանք $x_{11} = x_{11}(t)$ -ն, իսկ (31)-ից՝ $x_{10} = x_{10}(t)$ -ն: $x_i = x_i(t)$, $i = \overline{1,4}$

լուծումները կստանանք, ինտեգրելով $\dot{x}_2 = \frac{g}{2}x_8 + \frac{g}{2l_p}x_{13}$ և $\dot{x}_4 = -\frac{g}{2}x_7 + \frac{g}{2l_p}x_{15}$

հավասարումները համապատասխան սկզբնական պայմանների դեպքում: Արդյունքում՝ կունենանք ԱԹՄ-ի պահանջվող ֆազային հետագծերը և $u_2 = u_2(t)$ ու $u_3 = u_3(t)$ ղեկավարող ազդեցությունները:

(25) համակարգի մնացած երկու ենթահամակարգերի լուծումները մենք այստեղ չենք քննարկի, որովհետև դրանց լուծումը չափազանց հեշտ է և հատուկ հետաքրքրություն չի ներկայացնում:

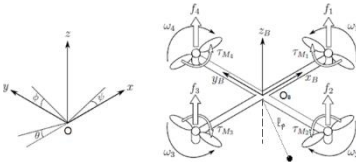
Ստացված տեսական արդյունքները ստուգելու համար դիտարկված է թվային օրինակ: Ընտրելով պարամետրերի

$$g = 9.81 \text{ m s}^{-2}, l_p = 1 \text{ m}, I_{xx} = I_{yy} = 0.4856 \text{ Kg m}^2$$

արժեքները, կառուցենք պահանջվող ֆազային հետագծերը և ղեկավարող ազդեցությունները ժամանակից կախված: Կունենանք.

$$\begin{aligned}
x_1(t) &= 0.0167e^{-174.591-11.639t} (-0.119e^{174.591+0.915t} + 192.269e^{174.591+10.725t} - \\
&\quad - 192.15e^{174.591+11.639t} + 0.008e^{13.721+11.639t} t - 12.818e^{160.871+11.639t} t + \\
&\quad + 212.811e^{174.591+11.639t} t) \\
x_3(t) &= -0.017e^{-174.591-11.639t} (-1.279e^{174.591+0.915t} + 175.871e^{174.591+10.725t} - \\
&\quad - 174.591e^{174.591+11.639t} + 0.085e^{13.721+11.639t} t - 11.725e^{160.871+11.639t} t - \\
&\quad - 108.361e^{174.591+11.639t} t) \\
x_{13}(t) &= -0.25(0.186e^{-10.725t} - 2.186e^{-0.915t}) \\
x_{15}(t) &= 0.5(e^{-10.725t} - e^{-0.915t}) \\
u_2(t) &= 4.905(e^{-10.725t} - e^{-0.915t}) + 0.486(0.297(21.449e^{-10.725t} - 1.829e^{-0.915t}) - \\
&\quad - (115.019e^{-10.725t} - 0.837e^{-0.915t})) \\
u_3(t) &= 5.05(0.186e^{-10.725t} - 2.186e^{-0.915t}) + 0.593(-10.725e^{-10.725t} + 0.915e^{-0.915t}) - \\
&\quad - 2.9525(-2e^{-10.725t} + 2e^{-0.915t}) \\
u_5^0(t) &= -0.5(0.186e^{-10.725t} - 2.186e^{-0.915t}) + 0.593(e^{-10.725t} - e^{-0.915t}) \\
u_6^0(t) &= 0.297(0.186e^{-10.725t} - 2.186e^{-0.915t}) - (e^{-10.725t} - e^{-0.915t})
\end{aligned}$$

Այնուհետև կառուցվել են ֆազային հետազոտի և դեկավարումների գրաֆիկները:



Նկար 7 ճոճանակ կրող ԱԹՍ մոդելը

Երկրորդ զվյի երրորդ պարագրաֆում ձևակերպված և լուծված է ճոճանակ կրող ԱԹՍ հիբրիդային դեկավարման խնդիրը, երբ ճոճանակը կախված է նրանից: ճոճանակի մաթեմատիկական մոդելի դինամիկան դիտարկենք $O_B x_B y_B z_B$ կոորդինատական համակարգում: Լագրանժի ֆունկցիան ճոճանակի համար այս դեպքում կլինի.

$$\mathcal{L} = \frac{m_p}{2} \left((\dot{x} + \dot{x}_p)^2 + (\dot{y} + \dot{y}_p)^2 + \left(\dot{z} + \frac{x_p \dot{x}_p + y_p \dot{y}_p}{\zeta} \right)^2 \right) + m_p g (z + \zeta)$$

ձեռնարար ճոճանակի շարժման դիֆերենցիալ հավասարումները $m_{UAV} = m_p = 1$ դեպքում գծային մոտավորությամբ կունենանք. (8)

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 = x_2, \dot{x}_2 &= \frac{g}{2} x_8 - \frac{g}{2l_p} x_{13}, \dot{x}_3 = x_4, \dot{x}_4 = -\frac{g}{2} x_7 - \frac{g}{2l_p} x_{15}, \dot{x}_5 = x_6, \dot{x}_6 = u_1, \dot{x}_7 = x_{10}, \dot{x}_8 = x_{11}, \dot{x}_9 = x_{12} \\
\dot{x}_{10} &= \frac{u_2}{I_{xx}} - \frac{g}{I_{xx}} x_{15}, \dot{x}_{11} = \frac{u_3}{I_{yy}} - \frac{g}{I_{yy}} x_{13}, \dot{x}_{12} = \frac{u_4}{I_{zz}}, x_{13} = x_{14}, x_{14} = -g x_8 - \frac{g}{l_p} x_{13}, x_{15} = x_{16}, x_{16} = g x_7 - \frac{g}{l_p} x_{15}
\end{aligned}$$

որտեղից շարժվի են առնվել (8) նշանակումները:

Օգտագործելով Կալմանի թեորեմը, ցույց ենք տալիս, որ (56) համակարգը լրիվ դեկավարելի է: Ձևակերպենք հետևյալ խնդիրը.

Խնդիր 7: Տրված է (32) համակարգը, համակարգի սկզբնական $x_1(0) = x_{10}$, $x_3(0) = x_{30}$, $x_5(0) = x_{50}$ և վերջնական $x_1(t_1) = x_{11}$, $x_3(t_1) = x_{31}$, $x_5(t_1) = x_{51}$ դիրքերը: Պահանջվում է գտնել u_1, u_2, u_3 դեկավարող ազդեցություններն այնպես, որ դրանք համակարգը տրված սկզբնական դիրքից տեղափոխեն տրված վերջնական դիրք:

Այստեղ ևս, ինչպես §2.2-ում, մեր մոտեցումը նույնն է. խնդիրը լուծել §2.1-ում շարադրված հիբրիդային դեկավարման մեթոդով:

Կատարելով $x_8 = u_5$, $x_7 = u_6$ նշանակումները, ձևակերելով և լուծելով օպտիմալ կայունացման խնդիր (օժանդակ խնդիր)

$$\dot{x}_{13} = x_{14}, \quad \dot{x}_{14} = -g u_5 - \frac{g}{l_p} x_{13}, \quad \dot{x}_{15} = x_{16}, \quad \dot{x}_{16} = g u_6 - \frac{g}{l_p} x_{15} \quad (33)$$

ենթահամակարգի համար, կտանանք $u_5^0 = x_{14}$.

Ստացված դեկավարող ազդեցությունը ժամանակից կախված որոշելու համար հարկավոր է այն տեղադրել (33)-ի երկրորդ հավասարման մեջ և ինտեգրել ստացված համակարգը: Կունենանք.

$$u_5^0 = \frac{0.5 \left(e^{\frac{(-g l_p - \sqrt{g l_p} \sqrt{-4+g l_p}) t}{2 l_p}} - e^{\frac{(-g l_p + \sqrt{g l_p} \sqrt{-4+g l_p}) t}{2 l_p}} \right) \sqrt{g}}{\sqrt{l_p} \sqrt{-4+g l_p}} \quad u_6^0 = \frac{0.5 \left(e^{\frac{(-g l_p - \sqrt{g l_p} \sqrt{-4+g l_p}) t}{2 l_p}} - e^{\frac{(-g l_p + \sqrt{g l_p} \sqrt{-4+g l_p}) t}{2 l_p}} \right) \sqrt{g}}{\sqrt{l_p} \sqrt{-4+g l_p}}$$

Վերադառնանք հիմնական խնդրին: Հիշենք, որ խնդիր 8-ում $u_5^0 = u_5^0(t)$ և $u_6^0 = u_6^0(t)$ դեկավարումները x_7 և x_8 ֆազային կոորդինատներն են, որոնք արդեն հայտնի են, ուրեմն (32) համակարգի երկու ենթահամակարգերկարող ենք հեշտությամբ ինտեգրել: Արդյունքում կունենանք ԱԹՍ-ի պահանջվող ֆազային հետագիծը և այն $u_2 = u_2(t)$ և $u_3 = u_3(t)$ դեկավարող ազդեցությունները, որոնք համակարգը կտանեն պահանջվող հետագծով:

Ստացված տեսական արդյունքները ստուգելու համար դիտարկված է թվային օրինակ: Կառուցված են դեկավարող ազդեցությունները, ստացված են շարժումների տեսքերը և ներկայացված են գրաֆիկների տեսքով:

Չորրորդ պարագրաֆում կատարված է երկրորդ և երրորդ պարագրաֆներում լուծված խնդիրների ժամանակ ծախսված էներգիաների համեմատություն: Ցույց է տրված, որ ծախսված էներգիան շրջված ճոճանակ կրող ԱԹՍ-ի դեկավարման ժամանակ գրեթե կրկնակի շատ է կախված ճոճանակով շարժվող ԱԹՍ-ի հետ համեմատած:

Ատենախտության երրորդ գլխում դիտարկված է ԱԹՍ-ճոճանակ համակարգի շաժման գծային հավասարումները երբճոճանակը կախված է ԱԹՍ-ից: Տրված է համակարգի զանգվածների կենտրոնի ցանկալի շարժման հավասարումները և պահանջվում է գտնել այնպիսի դեկավարող ազդեցություններ, որոնք համակարգին կողորդեն տրված հետագծով, և այն պայմանները, որոնք դեպքում ԱԹՍ-ն կշարժվի այդ հետագծով՝ միաժամանակ ճոճանակին պահելով ստորին հավասարակշռության դիրքի շրջակայքում:

§3.1-ում բերված է մեխանիկական համակարգի գծային մոդելը և ձևակերպված է խնդիրը:

Այս աշխատանքում արդեն ցույց ենք տվել, որ ԱԹՄ-ճոճանակ համակարգի շարժման դիֆերենցիալ հավասարումները գծային մոտավորությամբ $m_{UAV} = m_p$ դեպքում ունեն (33) տեսքը:

Խնդիր 8: Տրված է (33) համակարգը, և դրա զանգվածների կենտրոնի շարժման հավասարումները: Պահանջվում է գտնել $u_i (i=1, \dots, 4)$ դեկավարող ազդեցությունները և պայման, որի դեպքում համակարգը կշարժվի տրված հետագծով, միաժամանակ ճոճանակը պահելով ստորին հավասարակշռության դիրքի շրջակայքում:

§3.2-ում բերված է խնդիր 8-ի լուծումը:

Դիցուք համակարգի զանգվածների կենտրոնի շարժման տրված հետագծերն ունեն հետևյալ տեսքը.

$$x_1 = g_1(t), x_3 = g_3(t), x_5 = g_5(t), \quad (34)$$

իսկ ուղղաթեքման անկյան համար տրված է

$$x_9 = g_9(t), \quad (35)$$

փոփոխման օրենքը, որտեղ

$$g_1(t), g_3(t) \in C^4[0; \infty), g_5(t), g_9(t) \in C^2[0; \infty):$$

Այդ դեպքում, (33) համակարգի առաջին, երրորդ և հինգերորդ հավասարումներից կունենանք՝

$$x_2 = g_1'(t), x_4 = g_3'(t), x_6 = g_5'(t) \quad (36)$$

x_{13} և x_{15} ֆազային կոորդինատների հետագծերը կստանանք (33) համակարգի երկրորդ և չորրորդ հավասարումներից և, հետևաբար, կունենանք նաև x_{14} և x_{16} ֆազային կոորդինատների հետագծերը: Դրանք կունենան հետևյալ տեսքերը.

$$x_{13} = x_{13}(0)\cos(kt) + \frac{x_{14}(0)}{k}\sin(kt) - \frac{2}{k} \int_0^t \sin k(t-\tau) g_1''(\tau) d\tau,$$

$$x_{15} = x_{15}(0)\cos(kt) + \frac{x_{16}(0)}{k}\sin(kt) - \frac{2}{k} \int_0^t \sin k(t-\tau) g_3''(\tau) d\tau,$$

$$x_{14} = -x_{13}(0)k \sin(kt) + x_{14}(0)\cos(kt) - 2 \int_0^t \cos k(t-\tau) g_1''(\tau) d\tau,$$

$$x_{16} = -x_{15}(0)k \sin(kt) + x_{16}(0)\cos(kt) - 2 \int_0^t \cos k(t-\tau) g_3''(\tau) d\tau,$$

որտեղ $k^2 = \frac{2g}{l_p} > 0$: $x_7 = \Phi$ և $x_8 = \Theta$ անկյունները կարելի է ստանալ (33)

համակարգի տասնվեցերորդ և տասնչորսերորդ հավասարումներից համապատասխանաբար: Կունենանք՝

$$x_7 = -\frac{4}{g} g_3''(t) - \frac{2}{l_p} x_{15}(t), \quad x_8 = \frac{4}{g} g_1''(t) + \frac{2}{l_p} x_{13}(t).$$

Այնուհետև (33) համակարգի յոթերորդ և ութերորդ հավասարումներից կստանանք.

$$x_{10} = -\frac{4}{g} g_3^{\prime\prime}(t) - \frac{2}{l_p} x_{15}^{\prime}(t), \quad x_{11} = \frac{4}{g} g_1^{\prime\prime}(t) + \frac{2}{l_p} x_{13}^{\prime}(t),$$

Մնում է ստանալ x_6 և x_{12} ֆազային կոորդինատների հետագծերը: Դրանց համար կունենանք.

$$x_6 = g_5^{\prime}(t) \quad x_{12} = g_9^{\prime}(t)$$

Այժմ, օգտագործելով վերոհիշյալ ֆազային կոորդինատների հետագծերը, կարող ենք ստանալ u_i ($i=1, \dots, 4$) ղեկավարող ազդեցությունները: Դրանք կունենան հետևյալ տեսքերը.

$$\begin{cases} u_1 = \dot{x}_6 = g_5^{\prime\prime}(t) \\ u_2 = \dot{x}_{10} + \frac{g}{I_{xx}} x_{15} = -\frac{4}{g} g_3^{IV}(t) - \frac{2}{l_p} \ddot{x}_{15}(t) + \frac{g}{I_{xx}} x_{15}(t) \\ u_3 = \dot{x}_{11} - \frac{g}{I_{yy}} x_{13} = \frac{4}{g} g_1^{IV}(t) + \frac{2}{l_p} \ddot{x}_{13}(t) + \frac{g}{I_{yy}} x_{13}(t) \\ u_4 = \dot{x}_{12} = g_9^{\prime\prime}(t) \end{cases} \quad (37)$$

Ենթադրենք, որ ճոճանակի՝ ստորին հավասարակշռության դիրքից շեղման թույլատրելի սահմանը դրական R ($R > 0$) թիվն է: Սա նշանակում է, որ ճոճանակի x_p և y_p ֆազային կոորդինատները պետք է բավարարեն հետևյալ պայմանին.

$$x_p^2 + y_p^2 \leq R^2 \quad (38)$$

Այսպիսով, (37) ղեկավարող ազդեցությունները լուծում են խնդիրը, իսկ (38) պայմանը ապահովում է ճոճանակի՝ ստորին հավասարակշռության դիրքից շեղման չափի՝ ցանկալի սահմաններում մնալը:

§3.3-ում դիտարկված էթվային օրինակ;

Վերը ստացված արդյունքները պատկերավոր ներկայացնելու համար ընտրենք մի կոնկրետ հետագծի օրինակ, և լուծենք խնդիրը այդ հետագծի համար: Դիցուք տրված է

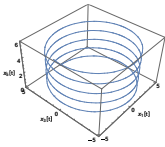
$$\begin{cases} x_1(t) = g_1(t) = r \sin(\omega t) \\ x_3(t) = g_3(t) = r \cos(\omega t) \\ x_5(t) = g_5(t) = vt \\ x_9(t) = 0 \end{cases} \quad (39)$$

որտեղ $r = 5m$, $v = 0.1m/s$, $\omega = 0.5s^{-1}$, իսկ համակարգի մյուս պարամետրերն ունեն

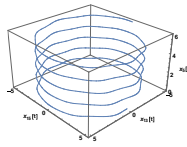
$g = 9.8m/s^2$, $I_{xx} = I_{yy} = 0.004856kgm^2$, $I_{zz} = 0.008801kgm^2$ արժեքները: Հետևելով խնդրի լուծման ընթացքում նկարագրված քայլերին՝ կունենանք համակարգի ֆազային կոորդինատները և ղեկավարող ազդեցությունները ժամանակից կախված: Այս դեպքում ճոճանակի՝ ստորին հավասարակշռության դիրքից շեղման

առավելագույն չափը կլինի $R=0.26m$ որը կազմում է պտտման պարուրագծի շառավղի 5.2% տոկոսը:

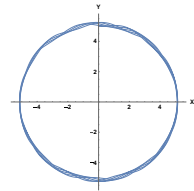
Ստացված արդյունքները ներկայացված են ստորև բերված գրաֆիկների տեսքով:



Նկար8 ԱԹՍ գանգվածների կենտրոնի հետագիծը



Նկար9 ճոճանակի հետագիծը



Նկար10 ճոճանակի հետագծի պրոյեկցիան հարթության վրա

Հիմնական արդյունքները

Աշխատանքում դիտարկված են ճոճանակ կրող անօդաչու թռչող սարքի ղեկավարման և կայունացման խնդիրներ: Ստացված են հետևյալ հիմնական արդյունքները.

- Դիտարկված է հաստատուն գործակիցներով գծային դիֆերենցիալ հավասարումների համակարգերի հիբրիդային ղեկավարման խնդիրը: Ենթադրված է, որ համակարգի որոշ ֆազային կոորդինատներ բավարարում են հավելյալ պայմանների: Հավելյալ պայմանները բավարարելու համար ենթադրվել է, որ համակարգի որոշ ֆազային կոորդինատներ նրամի ենթահամակարգի համարընտրված են որպես ղեկավարող ազդեցություններ: Այնուհետև առանձնացված ենթահամակարգի համար ձևակերպվել և լուծվել է օպտիմալ կայունացման խնդիր: Ընտրված ֆազային կոորդինատները ստացվել են որպես ղեկավարումներ, որոնք տեղադրելով առաջին ենթահամակարգի մեջ, ստացվել են հիմնական ղեկավարումները:
- Շրջված ճոճանակ կրող անօդաչու թռչող սարքի համար ձևակերպված և լուծված է հիբրիդային ղեկավարման խնդիրը: Ստացված են այն ֆազային կոորդինատները որոնք ընտրված են որպես օպտիմալ կայունացնող ղեկավարումներ:
- Վերոհիշյալ խնդիր ձևակերպված և լուծված է նաև այն դեպքում, երբ ճոճանակը կախված է ԱԹՍ-ից:
- Կատարված է ծախսված էներգիաների համեմատություն և ցույց է տրված, որ կախված ճոճանակ կրող ԱԹՍ հիբրիդային ղեկավարման համար անհրաժեշտ էներգիան ավելի քան երկու անգամ ավելի քիչ է, քան շրջված ճոճանակ կրող ԱԹՍ հիբրիդային ղեկավարման համար անհրաժեշտ էներգիան:

- Ուսումնասիրված է չբեռնված ԱԹՄ-ի գծային մաթեմատիկական մոդելի(որը պարունակում էորոշ պարամետրեր)օպտիմալ ղեկավարման խնդիրը: Ստացված են օպտիմալ ղեկավարումները՝ կախված համակարգի պարամետրերից:
- Չբեռնված ԱԹՄ մաթեմատիկական մոդելի համար դիտարկված և լուծված օպտիմալ կայունացման խնդիր: Ստացված են Լյապունովի օպտիմալ ֆունկցիան և օպտիմալ ղեկավարող ազդեցությունները:
- Կախված ճոճանակ կրող ԱԹՄ գծային մոդելի համար դիտարկված և լուծված է ծրագրային ղեկավարման խնդիր: Ստացված են բոլոր ֆազային հետագծերը և ղեկավարող ազդեցությունները, ինչպես նաև պայման, որի դեպքում խնդիրն ունի լուծում:

Բոլոր ղեկավարող ազդեցությունները և ֆազային հետագծերը համապատասխան թվային տվյալների դեպքում ցույց են տրված գրաֆիկների տեսքով:

Ատենախոսության թեմայով հրատարակված աշխատանքների ցանկ

1. Ara S. Avetisyan, A. S. Shahinyan, A Hybrid Control Problem for a Linear System with Constant Coefficients, // Reports of National Academy of Sciences of Armenia, vol.121, №2, pp.91-99.
2. Shahinyan A.S., A Problem of Optimal Stabilization of a Quadcopter UAV Flight, Proceedings of NAS RA, Mechanics, Vol. 72, №2, 2019, pp. 80-86
3. Shahinyan A.S., An Optimal Control Problem with Energy Constraint for an Unmanned Aerial Vehicle, IX international conference The Problems of Interaction of Deformable Media, Dedicated to the 75th anniversary of NAS RA, October 1-6, 2018, Goris.
4. Shahinyan A.S., Hybrid control of a motion of an unmanned aerial vehicle, carrying an inverted pendulum, Proceedings of NAS RA, Mechanics, Vol. 73, №2, 2020, pp. 69-78.
5. Shahinyan A.S., Hybrid control of linear model of an unmanned aerial vehicle carrying a pendulum. Proceedings of NAS RA, Mechanics, Vol. 74, №1, 2021, pp. 69-79.
6. Shahinyan A.S., Optimal Stabilization of Double Mathematical Pendulum Via Priority Based Control, Proceedings of International School-Conference of Young Scientists, 3-7 October, 2016, Tsakhkadzor, Armenia, pp. 179-183.
7. Shahinyan, A. S. (2021). Path Following Problem of a UAV Carrying a Pendulum. Proceedings of the YSU A: Physical and Mathematical Sciences, 55(1) (254), 56-63.

CONCLUSION

Control and stabilization problems of unmanned aerial vehicle carrying a pendulum is discussed and solved in this work. The following main results were gained in this thesis:

- A hybrid control problem of a system of linear differential equations with constant coefficients is discussed in this thesis. It was assumed that some of the states of the system have to satisfy some additional conditions. To ensure those conditions are satisfied, some of the states of one subsystem were chosen to be additional control actions in second subsystem. Then, an optimal stabilization problem was defined and solved for the second subsystem using Lyapunov-Bellman method. The special states which were chosen to be control actions and the corresponding optimal trajectories were acquired for the second subsystem. Afterwards, those solutions are substituted in the first subsystem and the main control problem was solved.
- A hybrid control problem for a UAV carrying an inverted pendulum was defined and solved. The specially chosen states are indicated as optimally stabilizing control actions and were calculated.
- A hybrid control problem for a UAV carrying a pendulum hanging from it was defined and solved. The specially chosen states are indicated and were calculated as optimally stabilizing control actions
- The energy consumed for controlling the UAV with a pendulum hanging underneath is almost twice as less as in the case when the UAV carries the pendulum inverted on its top.
- An optimal control problem of the linear model of quadrotor UAV is investigated. The state space model is given which includes some parameters. Optimal control inputs are calculated based on all the parameters of the system.
- Optimal stabilization problem of the linear model of quadrotor UAV is investigated and solved using Lyapunov-Bellman method. Lyapunov Optimal function is acquired, and the optimal control inputs are constructed.
- The linearized dynamics of a UAV is considered alongside with a pendulum hanging from it. The path following problem for the linear model of quadrotor UAV with a pendulum hanging from it is defined and solved using the inverted solution method of problem of dynamics. All the state trajectories of the system and all the control actions are calculated. The condition for which the path following problem is solvable is gained.

All the state trajectories, optimal state trajectories, control actions and optimal control actions are shown in form of graphs for the cases of corresponding numerical examples.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе обсуждаются и решаются задачи управления и стабилизации беспилотного летательного аппарата с маятником. Получены следующие основные результаты:

- Обсуждается проблема гибридного управления движением линейной системы. Предполагается, что коэффициенты рассматриваемой системы постоянны и подсистема основной системы удовлетворяет некоторым условиям. Некоторые фазовые координаты в этой подсистеме рассматривая как управляющие воздействия, поставлено и решено задача оптимальной стабилизации для этой подсистемы. Оптимальные решения подсистемы используются для решения основной задачи.
- Поставлена и решена задача гибридного управления линейного модели беспилотного ЛА, когда над ним находится перевернутый маятник.
- Поставлена и решена задача гибридного управления линейного модели беспилотного ЛА, когда под ним находится маятник.
- Показано, что энергия, затрачиваемая на управление БПЛА с маятником, подвешенным под ним, почти в два раза меньше, чем в случае, когда БПЛА несет перевернутый маятник.
- Поставлена и решена задача оптимального управления линейной моделью БПЛА, которая включает некоторые параметры. Получены оптимальные управляющие воздействия, в зависимости от всех параметров.
- Поставлена и решена задача оптимальной стабилизации БПЛА в линейном приближении методом Ляпунова-Беллмана. Получены оптимальная функция Ляпунова и оптимальные управляющие воздействия.
- Исследована линеаризованная динамика БПЛА наряду с маятником, свисающим с БПЛА. Имея траекторию центра масс БПЛА и траекторию состояния его угла рыскания, найдены управляющие воздействия и условия, при которых БПЛА будет следовать по траектории, удерживая маятник в устойчивом состоянии вокруг его нижней точки равновесия.

Все траектории состояний, оптимальные траектории состояний, управляющие воздействия и оптимальные управляющие воздействия показаны в виде графиков для случаев соответствующих численных примеров.