ԿԱՐԾԻՔ

Լիպարիտ Պետրոսի Տեփոյանի *„Եզրային խնդիրներ վերասերվող դիֆերենցիալ-օպերատորային հավասարումների համար„* Ա.01.02 „Դիֆերենցիալ հավասարումներ, մաթեմատիկական ֆիզիկա„ մասնագիտությամբ ֆիզիկա-մաթեմատիկական գիտությունների դոկտորի աստիճանի հայցման ատենախոսության մասին.

Ատենախոսությունում ուսումնասիրվում են հետևյալ տեսքի

$$Lu :\equiv (-1)^m (t^\alpha u^{(m)})^{(m)} + A\left(t^{\alpha-1} u^{(m-1)}\right)^{(m)} + t^\beta P u = f(t), \qquad (1)$$

$$u(t,\cdot) \in H, t \in (a,b), f \in L_{2,-\beta}\big((a,b),H\big) := \{ f, t^{-\frac{\beta}{2}} ||f||_H \in L_2(a,b)\},$$

$$Lu := (-1)^m (\rho(t) u^{(m)})^{(m)}, \quad f \in L_{2,-\beta}((a,b),H) \qquad (2)$$

վերասերվող դիֆերենցիալ-օպերատորային հավասարումների համար տարբեր եզրային խնդիրներ, որտեղ A-ն և P-ն H սեպարաբել տարածությունում գործող այնպիսի գծային օպերատորներ են, որոնց սեփական ֆունկցիաների բազմություն-ները համընկնում են և կազմում Րիսի բազիս H-ում, իսկ ρ-ն որոշակի ինտեգրալ հատկությամբ օժտված ֆունկցիա է: Գտնված են թե ինչքան, ինչպիսի եզրային պայմանների և աջ մասի վրա դրված օրթոգոնալության պայմանների դեպքում համապատասխան եզրային խնդիրը կունենա լուծում:

Նման խնդիրներ առաջանում են Տրիկոմիի, Չապլիգինի, շրջհոսելիության և այլ հավասարումների ուսումնասիրության ժամանակ: Ակնհայտորեն նշված խնդիրների ուսումնասիրությունը ակտուալ է և նրանք ունեն լուրջ գիտական և գործնական հետաքրքրություն:

Ատենախոսությունը բաղկացած է նախաբանից և երեք գլուխներից:

Առաջին գլխում ելնելով $C^m[a,b]$-ի ([a,b]=[0,b] կամ [a,b]=[1,+∞)) եզրերում որոշակի վարք ունեցող ֆունկցիաների ենթատարածություններից սահմանվել են (համապատասխան նորմերով փակելու գործողությունով) $\dot{W}_\alpha^m(a,b)$, $W_\alpha^m(a)$, $W_\alpha^m(b)$, $W_\alpha^m(a,b,)$, $W_{p,\alpha,\beta}^m(a,b)$ և $\dot{W}_\rho^m(a,b)$ Սոբոլևի կշռային տրածությունները ու ստացված են այդ տարածություններին պատկանող ֆունկցիաների վարքի գնահատականներ (պնդումներ 1.3, 1.7, 1.11, 1.13 և թեորեմ 1.6):

Երկրորդ գլխի հիմնական արդյունքներն են (որոնք վերաբերվում են (1) և (2) հավասարումների սկալյար դեպքին)

ա) ցույց է տրվում, որ $(-1)^m (t^\alpha u^{(m)})^{(m)}$ դիֆերենցիալ արտահայտությունը ծնում է սահմանափակ օպերատոր $S: \dot{W}_\alpha^m(a,b) \to L_{2,-\beta}(0,b)$ և ապացուցվում է, որ S օպերատորի որոշման տիրույթին պատկանող ֆունկցիաները բավարարում են հետևյալ պայմաններին. $u(0)$-ն վերջավոր է, երբ $\alpha \in (2m-1, 2m-\frac{1}{2})$ և $u^{(j)}(0)$-ն, $j = 0,1,\cdots,k$ վերջավոր է, երբ $\alpha \in (2m-2k-1, 2m-2k), k = 1,\cdots,m$ (թեորեմ 2.4)

բ) S օպերատորի միջոցով կառուցվում է $\boldsymbol{S} = t^{-\beta}S: L_{2,\beta}(0,b) \to L_{2,\beta}(0,b)$ օպերատորը և ապացուցվում է, որ $\boldsymbol{S}$ օպերատորի սպեկտրը դիսկրետ է, երբ $\beta > 2m - \alpha$ և անընդհատ է ու համընկնում է $[d(m,\alpha), +\infty)$ ճառագայթի հետ, երբ $\beta = 2m - \alpha$ (թեորեմ 2.7, 2.8), որտեղ

$$d(m,\alpha) := \frac{1}{4^m}(\alpha-1)^2 \ldots (\alpha-(2m-1))^2.$$

գ) նմանատիպ (բայց ոչ համընկնող) արդյունքներ ստացվել են նաև

$(-1)^m(t^\alpha u^{(m)})^{(m)} + t^\alpha u$ դիֆերենցիալ արտահայտության համար $W_\alpha^m(0,b)$-ում (պնդումներ 2.14, 2.15)։ Գտնված են նաև անհրաժեշտ և բավարար օրթոգոնալության պայմաններ f-ի վրա, որպեսզի

$$(-1)^m(t^\alpha u^{(m)})^{(m)} = f, \quad f \in L_{2,-\alpha}(0,b)$$

հավասարումը ունենա լուծում $W_\alpha^m(0,b)$-ում։

դ) Ցույց է տրված, որ $(-1)^m(t^\alpha u^{(m)})^{(m)} + t^\alpha u = f$, $f \in L_{2,-\alpha}(0,b)$ հավասարումը միարժեքորեն լուծելի է $W_\alpha^m(0)$-ում (պնդում 2.19) և գտնված են օրթոգոնալության պայմաններ f-ի վրա, որպեսզի $(-1)^m(t^\alpha u^{(m)})^{(m)} = f$ հավասարումը լինի լուծելի $W_\alpha^m(0)$-ում (պնդում 2.22)։

ե) Գտնված են պայմաններ, որոնց տեղի ունենալու դեպքում (1) հավասար-մանը համապատասխանող սկալյար հավասարումը կամայական $f \in L_{2,-\alpha}(0,b)$ համար կլինի միարժեքորեն լուծելի $\dot{W}_\alpha^m(0,b)$-ում (թեորեմ 2.32)։

զ) Նման արդյունքներ ստացված են նաև $[1; +\infty)$ անվերջ միջակայքում (թեորեմներ 2.65, 2.66, 2.67, 2.69 և 2.71)։

Երրորդ գլխի հիմնական արդյունքներն են.

ա) գտնված են անհրաժեշտ և բավարար պայմաններ (1) հավասարման միարժեքորեն լուծելիության համար, երբ $f \in L_{2,-\beta}((0,b),H)$ (թեորեմ 3.6)

բ) P օպերատորի սպեկտրի վրա դրված որոշակի պայմանների դեպքում ցույց է տրված, որ կամայական $f \in L_{2,-\beta}((0,b),H)$ դեպքում

$$(-1)^m(t^\alpha u^{(m)})^{(m)} + t^\alpha Pu = f \qquad (3)$$

հավասարման համար Նեյմանի խնդիրը միարժեքորեն լուծելի է $W_\alpha^m((0,b),H)$-ում (թեորեմ 3.10)։

28

գ) P օպերատորի սպեկտրի վրա դրված այլ պայմանների դեպքում ցույց է տրված, որ (3) օպերատորային հավասարման համար խառը խնդրի լուծումը գոյություն ունի և միակն է (թեորեմ 3.13):

դ) նմանատիպ արդյունքներ ստացվել են $[1;+\infty)$ անվերջ միջակայքում (թեորեմներ 3.24 և 3.27):

Ատենախոսությունը գրված է բարձր մակարդակով: Սեղմագիրը համապատասխանում է ատենախոսությանը:

Նկատվել են նաև որոշ թերություններ.

ա) համարակալման թերություններ: Օրինակ, նախաբանի 3.4 թեորեմը դա III գլխի 3.6 թեորեմն է,

բ) տպագրական թերություններ. Օրինակ $d(m,\alpha)$-ն նախաբանում և սեղմագրում գրված է սխալ, իսկ առաջին գլխում ճիշտ,

գ) նշանակման թերություններ. Օրինակ A տառով նշանակված օպերատորը երբեմն հանդես է գալիս հավասարման երկրորդ անդամի մոտ, երբեմն երրորդ անդամի մոտ,

դ) ինդեքսների և ածանցյալ գրելու թերություններ: Օրինակ էջ 25-ի 6-րդ տողում գրված է $||u_m - u||_{H_{-\beta}(0,b)} \to 0, m \to \infty$:

Նշենք, որ նկատված թերությունները չեն կարող անդրադառնալ ատենախոսության ընդհանուր գնահատականի վրա, որը իմ կարծիքով կարելի է ներկայացնել որպես էական ներդրում վերասերվող դիֆերենցիալ-օպերատորային հավասարումների տեսության մեջ:

Գտնում եմ, որ աշխատանքը բավարարում է ԲՈԿ-ի կողմից դոկտորական ատենախոսություններին ներկայացնող պահանջներին, իսկ Լիպարիտ Պետրոսի Տեփոյանը արժանի է ֆիզիկա-մաթեմատիկական գիտությունների դոկտորի գիտական աստիճանի շնորհմանը Ա.01.02 ,,Դիֆերենցիալ հավասարումներ, մաթեմատիկական ֆիզիկա,, մասնագիտությամբ:

Ֆիզիկամաթեմատիկական
գիտությունների դոկտոր

Հայ-Ռուսական համալսարանի
պրոֆեսոր — Վ.Ն. Մարգարյան

Վ.Ն. Մարգարյանի ստորագրությունը հաստատում եմ

Հայ-Ռուսական համալսարանի
գիտ. քարտուղար — Ռ. Կասաբաբովա