
HOMO RES SACRA

Հայ-Ռուսական համալսարան

Լ Ր Ա Բ Ե Ր

ՀԱՅ-ՌՈՒՍԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ

ՍԵՐԻԱ՝

ՀՈՒՄԱՆԻՏԱՐ ԵՎ ՀԱՍԱՐԱԿԱԿԱՆ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

(36)

ՀՌՀ Հրատարակչություն

№ 3/2020

Российско-Армянский университет

Печатается по решению
Ученого Совета РАУ

Вестник РАУ

(серия: гуманитарные и общественные науки)

(36)

Издательство РАУ

N 3/2020

Журнал входит в перечень периодических изданий, зарегистрированных ВАК РА и РИНЦ

Российско-Армянский университет, 2020г.

ISSN 1829-0450

УДК 159.9 + 330.16

Поступила: 04.11.2020г.
Сдана на рецензию: 05.11.2020г.
Подписана к печати: 19.01.2021г.

ԱՊՐԱՆՔԱԳՆԱՅԻՆ ՏԱՐԱԾՈՒԹՅԱՆ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ՄՈԴԵԼԸ ԵՎ ՆՐԱ ԿԻՐԱՌՈՒՄԸ ՏՆՏԵՍԱԿԱՆ ՎԱՐՔԻ ՀՈԳԵԲԱՆԱԿԱՆ ՀԵՏԱԶՈՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐՈՒՄ

Կ.Վ. Ոսկանյան

Երևանի պետական համալսարան
voskanyankarlen@gmail.com

ԱՄՓՈՓՈՒՄ

Տնտեսական վարքին վերաբերող հարցերը վաղուց են դուրս եկել տնտեսագիտական ուսմնասիրությունների շրջանակից և դարձել միջոլորտային հետազոտությունների առարկա: Քիչ չեն այս ուղղությամբ հոգեբանական հետազոտությունները, որոնցով հիմնավորվում է տնտեսական վարքի վրա հոգեբանական գործոնների ազդեցությունը: Մաթեմատիկական մեթոդների գործադրմամբ կառուցվում են անձի հոգեֆիզիոլոգիական առանձնահատկություններով և սոցիալական գործոններով պայմանավորված տնտեսական վարքի սոցիալ-հոգեբանական տարատեսակ մոդելներ: Հոդվածում դիտարկվում է ծախսերի ֆունկցիայի միջոցով կառուցվող ապրանքագնային տարածության մաթեմատիկական մոդելը և քննարկվում անձի՝ հոգեբանական գործոններով պայմնավորված տնտեսական վարքի հետազոտություններում այդ մոդելի կիրառելիության խնդիրը:

Հիմնաբառեր՝ տնտեսական վարք, արդյունավետության ցուցանիշներ, հոգեբանական գործոններ, մոդելավորում, գծային տարածություն:

Ժամանակակից տնտեսագիտական տեսություններում կիրառական մեծ նշանակություն են ձեռք բերել տնտեսական սուբյեկտների վարքին և նրա մոդելավորմանն առնչվող հետազոտությունները: Տնտեսական վարքը հետազոտության առարկա է դարձել նաև սոցիոլոգների, քաղաքագետների և հոգեբանների համար, ինչը ստիպում է նրանց մշակել մարդու վարքի ընդհանրացված միջգիտակարգային մոդելներ, որոնցից ելնելով հնարավոր կլինի կատարել կանխորոշումներ նաև տնտեսական վարքի հնարավոր դրսևորումների վերաբերյալ: Այս ուղղությամբ իրականացված ուսումնասիրությունները (հեղինակներ՝ Գ. Տարդ, Ջ. Կատոնա, Հ. Բեքկեր, Կ. Բրուներ, Ջ. Էրրոու, Ս. Լինդենբերգ, Ա. Էտցիոնի, Պ. Վայզե, Հ. Սայմոն, Յո. Շումպետեր, Դ. Կահնեման, Ա. Տվերսկի, Մ. Ռաբին, Ա. Կիտով, Օ. Դեյնեկա, Վ. Պոզնյակով, Ա. Կարնիշև, Ա. Վերիգին, Ա. Ժուրավլյով, Մ. Վինակուրով, Գ. Զալևսկի և այլք) փաստում են, որ տնտեսական վարքի՝ մասնավորապես նրա արդյունավետության ցուցանիշների վրա, զգալի ազդեցություն ունեն հոգեբանական գործոնները [1]-[10]: Այդ է պատճառը, որ հոգեբանական գիտություններում ևս լայն թափ են ստացել այնպիսի հետազոտությունները, որոնք նվիրված են անձի տնտեսական վարքի վրա հոգեբանական գործոնների ազդեցության բացահայտմանը և այդ գործոններով պայմանավորված վարքի մոդելների կառուցմանը:

Ի տարբերություն դասական տնտեսագիտության մեջ ընդունված «բացարձակ արդյունավետության» հայեցակարգի՝ ըստ որի տնտեսական վարքի արդյունավետության չափանիշը անձի եսակենտրոնությամբ պայմանավորված և նվազագույն ծախսերով ձեռք բերված շահույթի առավելագույն չափն է, ներկայիս տնտեսագիտական տեսություններում գերիշխում է Հերբերտ Սայմոնի առաջադրած «սահմանափակ արդյունավետության» հայեցակարգը, որի հիմքում տնտեսավարող սուբյեկտների *գործողությունների արդյունավետության* դրույթն է [11], [12]: Սույն հայեցակարգի իրատեսականությունը հիմնավորվում է նաև փորձարարական հոգեբանության ոլորտում իրականացված հետազոտությունների արդյունքներով, որոնք փաստում են, որ շուկայական տնտեսության ռիսկայնության պայմաններում ընտրություն կատարելիս, տնտեսավարող սուբյեկտներն առաջնորդվում են ոչ միայն կոգնիտիվ, այլև աֆեկտիվ դրդապատճառներով, ինչը կարող է հանգեցնել տնտեսական վարքի ոչ արդյունավետ դրսևորումների [13–15]: Մասնավորապես կոգնիտիվ հոգեբանության ոլորտում իրականացված հետազոտությունները (հեղինակներ՝ Ս. Լիխտենշտեյն, Պ. Սլովիկ, Դ. Բուդեսկու, Դ. Կրանց, Ու. Էդվարդս, Բ. Միլլերս, Բ. Կարլսոն և այլք) փաստեցին, որ տնտեսական որոշումների ընդունման գործընթացի վրա վճռորոշ ազդեցություն կարող են ունենալ անձի հոգեֆիզիոլոգիական և սոցիոհոգեբանական առանձնահատկություններով պայմանավորված գործոնները:

Ինստիտուցիոնալ և էվոլյուցիոն տնտեսագիտական ուղղությունների ներսում ձևավորվել է այն տեսակետը, որ, չնայած եսակենտրոն ուղղվածության՝ տնտեսական սուբյեկտի վարքը միշտ չէ, որ ուղեկցվում է եկամուտների մաքսիմալացմանը միտված արդյունավետ լուծումների որոնմամբ, քանի որ գտնվելով սովորությունների, հույզերի, հասարակական-քաղաքական ինստիտուտների կողմից սահմանված իրավական նորմերի ազդեցության տակ՝ անձը հաճախ չի կարողանում կայացնել բացարձակ արդյունավետ որոշումներ [16], [17]: Պատահական չէ, որ տնտեսագիտության ոլորտում (մասնավորապես տնտեսական սուբյեկտների վարքին առնչվող հարցերում) հոգեբանական հետազոտությունների կարևորության գնահատանքը հանդիսացավ մասնագիտությամբ հոգեբան Դանիել Կահնեմանին 2002 թվականին տնտեսագիտության գծով շնորհված նոբելյան մրցանակը: Ներկայիս տնտեսագետների զգալի մասն ընդունում է, որ տնտեսական վարքը ոչ միայն տնտեսագիտական, այլև հոգեբանական գործոններով պայմանավորված եզրույթ է: Այս համատեքստում իրականացվում են հետազոտություններ, որոնց նպատակն է փորձարարական ճանապարհով բացահայտել անձի տնտեսական վարքում դրսևորվող այն օրինաչափությունները, որոնց հիմքում ընկած են անձնային և էթնոհոգեբանական առանձնահատկությունները: Մաթեմատիկական մեթոդների գործադրմամբ կառուցվում են տնտեսական վարքի սոցիալ-հոգեբանական տարատեսակ մոդելներ:

Տնտեսական վարքը մոդելավորելիս, փորձարարական հոգեբանության մեջ գործածում են $[(x_1, p_1);(x_2, p_2);...;(x_n, p_n)]$ «ռիսկային հեռանկար» և $U(x)=\sum_{i=1}^{n}u(x_i)p_i$՝ «օգտակարության ֆունկցիա» մաթեմատիկական հասկացությունները, որտեղ x_i-երը հեռանկարի ելքերն են, $u(x_i)$-ն i-րդ ելքի օգտակարությունն է, p_i-երը՝ ելքերի հանդես գալու հավանականությունները ($\sum_{i=1}^{n}p_i=1$) [18]: Ցուցաբերելով քանակական և կարգային վերլուծությունների վրա հենված մոտեցումներ՝ օգտակարության ֆունկցիաների միջոցով հաշվարկվում են տնտեսական վարքի արդյունավետության ցուցանիշները: Օգտակարության ֆունկցիայի տակ նկատի են ունենում տնտեսական սուբյեկտի կողմից ֆիքսված ժամանակահատվածում օգտագործվող բարիքների ծավալի և դրանց վրա կատարվող ծախսերի չափի կախվածությունն արտահայտող ֆունկցիաները: Այդ ֆունկցիաներն ունեն $U=f(x_1, x_2,..., x_n)$ անբացահայտ տեսքը, որտեղ U-ն օգտակարության քանակն է, իսկ $x_1, x_2,..., x_n$-երը օգտագործվող բարիքների ծավալներն են: Կարգային վերլուծություններ կատարվում են այն դեպքում, երբ անձը, չկարողանալով տալ իր ընտրանքների օգտակարության քանակական գնահատականը, վարկանիշավորում է դրանք ըստ իր նախապատվությունների: Նախապատվություններով պայմանավորված ընտրանքների գործընթացի հիմքում ընկած է ամերիկացի գիտնականներ Ջ. Նեյմանի և Օ. Մորգենշտերնի աքսիոմների համակարգը [19, էջ

51–52], կամ դրա փոխակերպված տարբերակները (տե՛ս, օրինակ [20, էջ 33–34]): Ելնելով Նեյման-Մորգենշտերնի աքսիոմներից՝ $U(x)$ ֆունկցիայի միջոցով տնտեսագետները մեկնաբանում են ռիսկի պայմաններում «արդյունավետ տնտեսական վարք» եզրույթը՝ հանգեցնելով արդյունավետության ցուցանիշների խնդիրը $U(x)$ ֆունկցիայի մինիմիզացման խնդրին:

Այլ է ընտրանքների և դրանց օգտակարության ցուցանիշների հարցում հոգեբանների մոտեցումը: Հոգեբանները գտնում են, որ որքան էլ անձը՝ առաջնորդվելով իր կայուն պահանջմունքներով և նախասիրություններով դրսևորի իրեն ձեռնտու տնտեսական վարք, նա՝ որպես այս կամ այն սոցիալական խմբի անդամ, հաշվի է նստում նաև սոցիալ-տնտեսական իրավիճակների, սովորույթների և հասարակական նորմերի հետ, համադրում է սեփական վարքը հասարակության այլ անդամների վարքի հետ: Հետևաբար, տնտեսական վարքի արդյունավետության ցուցանիշները հաշվարկելիս պետք է ելնել անձի ոչ միայն տնտեսագիտական, այլ նաև հոգեբանական մոդելից: Սա նշանակում է, որ տնտեսական վարքի մոդելավորման գործընթացի նպատակը պետք է լինի ճշտել, թե որքանո՛վ են հասարակության ներսում գործող բարոյահրավական նորմերը, անձի անհատական և էթնոհոգեբանական առանձնահատկություններն ազդում նրա տնտեսական վարքի վրա, որո՛նք են տնտեսական հարաբերությունների ներսում գործող հոգեբանական այն օրինաչափությունները, որ կարող են դոմինանտ ազդեցություն ունենալ նրա վարքի վրա:

«Սահմանափակ արդյունավետության» հայեցակարգը ենթադրում է, որ որքան էլ մարդը ձգտի արդյունավետ գործել, միևնույն է, նրա այդ կարողությունները սահմանափակ են, քանի որ պայմանավորված են մտավոր ընդունակություններով և որոշումներ կայացնելու համար անհրաժեշտ տեղեկատվության ոչ լրիվությամբ: Եվ քանի որ մարդու վարքը կարող է ուղղորդվել նաև հասարակական-քաղաքական ինստիտուտների զանազան ֆորմալ և ոչ ֆորմալ կանոններով ու նորմերով, ուստի անձնական շահի տեսանկյունից այն կարող է լինել նաև ոչ բացարձակ արդյունավետ: Տնտեսագիտության դասական տեսություններում հաշվի չի առնվում այն հանգամանքը, որ որքան էլ որոշումներ ընդունելու պահին մարդն առաջնորդվի էգոցենտրիկ նկրտումներով, միևնույն է, որոշման արդյունքը նրա համար միշտ մնում է անորոշ, ինչը ընտրության գործընթացում կարող է դառնալ հոգեբանական գործոն: Դ. Կահնեմանի և Ա. Տվերսկու հետազոտությունները ցույց տվեցին, որ ընտրանքների գործընթացում փորձարկվողների զգալի մասի մոտ Նեյման-Մորգենշտերնի նորմատիվային աքսիոմները չեն գործում և հետևաբար չեն կարող համարվել տնտեսական վարքի արդյունավետության ցուցանիշի հաշվարկման նախադրույթներ: Փորձերի արդյունքում պարզվեց, որ փորձարկվողների մի մասը ռիսկային պայմաններում ընտրություն է կատարում ոչ թե կոգնիտիվ, այլ զգացական դրդապատճառներից ելնելով: Հետևաբար տնտեսական սուբյեկտների վարքը մոդելավորելիս չպետք է ելնել միայն անձի տնտեսագիտական մոդելից, քանի որ տնտեսական վարքի դրսևորման գործընթացում դերակատարություն ունեն նաև անձի զգացմունքայնությունը, իմպուլսիվությունը, չգիտակցված ու չվերահսկվող ներքին մղումները:

Անդրադառնանք ծախսերի ֆունկցիայի միջոցով կառուցվող ապրանքազնային տարածության մաթեմատիկական մոդելին և անձի տնտեսական վարքի արդյունավետության խնդրում այդ մոդելի հնարավոր դրսևորումներին: Այդ նպատակով դիտարկենք վերջավոր n թվով ապրանքատեսակներից բաղկացած $T=\{a_1,a_2,...,a_n\}$ տեսականին, որտեղ a_i-երը ($i=\overrightarrow{1,n}$)[1] տեսականիում առկա ապրանքների անվանումներն են: Դիցուք x^i-ն որևէ սպառողի (անձի) կողմից ֆիքսված t ժամանակահատվածում i-րդ ապրանքատեսակի օգտագործվող քանակությունն է՝ արտահայտված համապատասխան չափման միավորով (հատով, կիլոգրամով, լիտրով և այլն)[2]: $x=\{x^1,x^2,...,x^n\}$ կարգավորված n-յակն անվանենք անձի *պահանջմունքի վեկտոր:* Եթե $y=\{y^1,y^2,...,y^n\}$-ը մեկ այլ պահանջմունքի վեկտոր է, ապա $x=y$ հավասարությունը կնշանակի, որ ցանկացած $i=\overrightarrow{1,n}$ արժեքի դեպքում $x^i=y^i$: Պահանջմուքի վեկտորների բազմությունը նշանակենք A^n: Պահանջմունքնի ցանկացած x և y վեկտորները միմյանց գումարելու և x վեկտորը α իրական թվով բազմապատկելու գործողությունները բնական է սահմանել հետևյալ կերպ.

$$x+y=\{x^1,x^2,...,x^n\}+\{y^1,y^2,...,y^n\}=\{x^1+y^1,x^2+y^1,...,x^n+y^n\}, \qquad (1)$$

[1] $i=\overrightarrow{1,n}$ կարճ գրելաձևը կնշանակի, որ i-ն՝ որպես փոփոխվող ինդեքս, ընդունում է 1-ից մինչև n բոլոր արժեքները:

[2] Որոշ x^i-եր կարող են լինել 0, ինչը կնշանակի, որ սպառողն այդ ապրանքատեսակներից չի օգտագործում:

$$\alpha x = \alpha\{x^1, x^2, ..., x^n\} = \{\alpha x^1, \alpha x^2, ..., \alpha x^n\} :$$

(2)

A^n-ում դիտարկենք $e_1 = \{1,0,0,...,0\}$, $e_2 = \{0,1,0,...,0\}, \ldots,$ $e_n = \{0,0,0,...,1\}$ վեկտորները, որոնց կանվանենք *ապրանքատեսակների միավոր վեկտորներ*[3]: A^n-ի ցանկացած $x = \{x^1, x^2, ..., x^n\}$ վեկտոր միակ ձևով կներկայացվի $e_1, e_2, \ldots, e_n$ վեկտորների գծային զուգակցության միջոցով, քանի որ համաձայն (1) և (2)-ի՝ իրավացի է

$$x = \{x^1, x^2, ..., x^n\} = \{x^1, 0,0,...,0\} + \{0, x^2, 0,...,0\} + \cdots + \{0,0,...0, x^n\} =$$

$$= x^1 \cdot (\{1,0,0,...,0\} + x^2 \cdot \{0,1,0,...,0\} + \cdots + x^n \cdot \{0,0,0,...,1\} = x^1 \cdot e_1 + x^2 \cdot e_2$$

$$+ \cdots + x^n \cdot e_n = \sum_{i=1}^{n} x^i e_i \quad (3)$$

վերլուծությունը: Օգտագործելով (1)-(3) առնչությունները՝ դժվար չէ համոզվել, որ A^n-ը $\{e_i\}_{\overline{1,n}}$ հենքով n-չափի գծային (վեկտորական) տարածություն է [21], [22]: Այսպիսով, սպառողների պահանջմունքների A^n բազմությունը կարելի է դիտարկել որպես տեսականիում առկա ապրանքատեսակների միավոր վեկտորներներից բաղկացած $\{e_i\}_{\overline{1,n}}$ հենքով n-չափի գծային տարածություն, որի ամեն մի $x = x^i e_i$ տարրի x^i կոորդինատները մի որևէ անձի պահանջմունքը բավարարելու համար անհրաժեշտ ապրանքների համապատասխան քանակներն են: Անվանենք այն *պահանջմունքների* կամ *ապրանքների տարածություն:*

A^n գծային տարածությունում դիտարկենք մեկ այլ $\{e_{i'}\}_{\overline{1,n}}$ հենք: Թող այս նոր հենքում $x = x^{i'} e_{i'}$, $e_i = \Gamma_i^{i'} e_{i'}$: Քանի որ $x \in A^n$ վեկտորի համար իրավացի է

$$x^i e_i = x^{i'} e_{i'}, \qquad (4)$$

[3] (1) և (2) ձևով ներմուծված գումարման և թվով բազմապատկման գործողությունների նկատմամբ ապրանքատեսակների միավոր վեկտորների համախումբը (նշանակենք այն $\{e_i\}_{\overline{1,n}}$) գծորեն անկախ է, քանի որ $e_1, e_2, \ldots, e_n$ վեկտորների $\alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2 + \cdots + \alpha_n e_n$ գծային զուգակցությունը 0 է միայն $\alpha_1 = \alpha_2 = \cdots = \alpha_n = 0$ դեպքում:

հավասարությունը, ապա տեղադրելով նրանում e_i վեկտորների արժեքները՝ կստանանք $x^i\Gamma_i^{i'}\vec{e}_{i'} = x^{i'}\vec{e}_{i'}$: Հաշվի առնելով $e_{i'}$ վեկտորների անկախությունը՝ կունենանք

$$x^{i'} = \Gamma_i^{i'} x^i : \qquad (5)$$

Հանգունորեն, եթե (4) հավասարության մեջ տեղադրենք $e_{i'} = \Gamma_{i'}^i e_i$ արժեքները, որոնք $e_{i'}$ վեկտորների ներկայացումներն են $\{e_i\}_{\overline{1,n}}$ հենքում, կստանանք

$$x^i = \Gamma_{i'}^i x^{i'} : \qquad (6)$$

(5) և (6) բանաձևերն արտահայտում են պահանջմունքների A^n տարածության վեկտորի կոորդինատների ձևափոխության օրենքը մի հենքից մյուսին անցնելիս, որտեղ $(\Gamma_i^{i'})$-ն և $(\Gamma_{i'}^i)$-ը չվերասերվող փոխհակադարձ մատրիցներ են[4]:

Դիցուք պահանջմունքի $x = \{x^1, x^2, ..., x^n\}$ վեկտորն ունեցող սպառողը[5] տեսականու a_1 ապրանքատեսակի մեկ միավորի համար վճարում է λ_1 դրամ, a_2-ի մեկ միավորի համար λ_2 դրամ, և վերջապես՝ a_n-ի մեկ միավորի համար λ_n դրամ: $\lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n\}$ n-յակն անվանենք x սպառողի *գնային վեկտոր:* Այդ դեպքում նրա ծախսը (նշանակենք այն $f(x)$) կհաշվարկվի

$$f(x) = x^1\lambda_1 + x^2\lambda_2 + \cdots + x^n\lambda_n = \sum_{i=1}^{n} x^i\lambda_i = x^i\lambda_i,^* \qquad (7)$$

բանաձևով: Ակնհայտ է, որ $f(x)$ ֆունկցիայի թվային արժեքը պայմանավորվում է $\lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n\}$ գնային վեկտորով, որը բոլոր սպառողների

[4] Այդ մատրիցներն անվանում են գծային տարածության մի հենքից մեկ այլ հենքի անցման մատրիցներ: Նրանց համար իրավացի են $\Gamma_{k'}^i \Gamma_j^{k'} = \delta_j^i$ և $\Gamma_{j'}^k \Gamma_k^{i'} = \delta_{j'}^{i'}$ նույնությունները:

[5] Այսուհետ « $x = \{x^1, x^2, ..., x^n\}$ պահանջմունքի վեկտոր ունեցող սպառող» արտահայտությանը զուգահեռ կօգտագործենք նաև « x սպառող» և « x պահանջմունք» արտահայտությունները:

* Օգտվելով թենզորական հաշվում ընդունված նշանակումներից՝ եթե գումարի նշանի տակ գտնվող արտադրյալ պարունակող արտահայտության մեջ գումարման ինդեքսը հանդես գա միաժամանակ և՛ ներքևում, և՛ վերևում, ապա ըստ այդ ինդեքսի իրականացվող գումարման $\sum$ նշանը բաց կթողնենք:

համար կարող է լինել ինչպես նույնը՝ այնպես էլ տարբեր[6]: (7) բանաձևով որոշվող $f : A^n \to R$ արտապատկերումով սահմանվում է վեկտորական արգումենտից սկալյար ֆունկցիա, որի թվային արժեքը ցույց է տալիս x պահանջմունքն ունեցող անձի ծախսերի չափը $\lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n\}$ գնային վեկտորի դեպքում: Անվանենք այն x սպառողի *ծախսերի ֆունկցիա:* f ֆունկցիան գծային ձև է [23], քանի որ $x = \{x^1, x^2, ..., x^n\}$ և $y = \{y^1, y^2, ..., y^n\}$ պահանջմունքի վեկտորների և α իրական թվի համար իրավացի են

$$f(x + y) = (x^i + y^i)\lambda_i = x^i\lambda_i + y^i\lambda_i = f(x) + f(y), \tag{8}$$

$$f(\alpha x) = (\alpha x^i)\lambda_i = \alpha(x^i\lambda_i) = \alpha f(x): \tag{9}$$

առնչությունները[7]: Այսինքն՝ պահանջմունքների A^n տարածության տրված $\{e_i\}_{\overline{1,n}}$ հենքի դեպքում, ամեն մի $\lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n\}$ գնային վեկտորի՝ (7) բանաձևով միարժեքորեն համապատասխանում է f գծային ձև (ծախսերի ֆունկցիա):

Դիտարկենք միևնույն x սպառողի $f_1(x)$ և $f_2(x)$ ծախսերի ֆունկցիաները՝ որոշված $\lambda^1 = \{\lambda_1^1, \lambda_2^1, \ldots, \lambda_n^1\}$ և $\lambda^2 = \{\lambda_1^2, \lambda_2^2, \ldots, \lambda_n^2\}$ գնային վեկտորներով: Ըստ (4)-ի

$$f_1(x) = x^1\lambda_1^1 + x^2\lambda_2^1 + \cdots + x^n\lambda_n^1 = x^i\lambda_i^1,$$

$$f_2(x) = x^1\lambda_1^2 + x^2\lambda_2^2 + \cdots + x^n\lambda_n^2 = x^i\lambda_i^2,$$

հետևաբար

$$f_1(x) + f_2(x) = x^i\lambda_i^1 + x^i\lambda_i^2 = x^i(\lambda_i^1 + \lambda_i^2), \tag{10}$$

[6] Ակնհայտ է, որ λ գնային վեկտորը բոլոր սպառողների համար նույնը կլինի այն դեպքում, երբ նրանք առևտուր անեն միևնույն վաճառակետից: Տարբեր վաճառակետերից առևտուր անելու դեպքում λ գնային վեկտորը տարբեր սպառողների համար կարող են լինել տարբեր, քանի որ միևնույն ապրանքը տարբեր վաճառակետերում տարբեր գին կարող է ունենալ:

[7] Նկատենք, որ (8) և (9) արտահայտություններում թե՛ x և թե՛ y սպառողների համար գնային վեկտորը նույնն λ -ն է:

$$\alpha f_1(x) = \alpha(x^i \lambda_i^1) = x^i(\alpha\lambda_i^1),\ \alpha \in R, \tag{11}$$

ինչը նշանակում է, որ ծախսերի ֆունկցիաների բազմության մեջ բնական ձևով ներմուծվում են f_1 և f_2 ֆունկցիաների $(f_1 + f_2)$ գումար և α իրական թվի ու f_1 ֆունկցիայի $(\alpha \cdot f_1)$ արտադրյալ ֆունկցիաները՝ որոշված համապատասխանաբար $\lambda^1 + \lambda^2 = \{\lambda_1^1 + \lambda_1^2, \lambda_2^1 + \lambda_2^2, ..., \lambda_n^1 + \lambda_n^2\}$ և $(\alpha \cdot \lambda^1) = \{\alpha\lambda_1^1, \alpha\lambda_2^1, ..., \alpha\lambda_n^1\}$ գնային վեկտորներով: Այսինքն՝ ծախսերի ֆունկցիաների բազմության մեջ

$$f_1(x) + f_2(x) = (f_1 + f_2)(x) \quad (12) \qquad \text{և} \qquad (\alpha \cdot f_1)(x) = \alpha f_1(x) \tag{13}$$

կանոններով սահմանվում են գումարման և թվով բազմապատկման գործողություններ, ընդ որում՝ $(f_1 + f_2)(x)$ և $(\alpha \cdot f_1)(x)$ ֆունկցիաները ևս գծային են, քանի որ

$$(f_1 + f_2)(x + y) = (x^i + y^i)(\lambda_i^1 + \lambda_i^2) =$$
$$= x^i(\lambda_i^1 + \lambda_i^2) + y^i(\lambda_i^1 + \lambda_i^2) = (f_1 + f_2)(x) + (f_1 + f_2)(y),$$

$$(\alpha \cdot f_1)(x + y) = (x^i + y^i)(\alpha\lambda_i^1) = x^i(\alpha\lambda_i^1) + y^i(\alpha\lambda_i^1) = (\alpha f_1)(x) + (\alpha f_1)(y):$$

Հետևաբար, A^n-ի վրա որոշված ծախսերի ֆունկցիաների բազմությունը (12) և (13) բանաձևերով սահմանված գումարման և թվով բազմապատկման գործողությունների նկատմամբ վեկտորական տարածություն է կազմում: Նշանակենք այն $\widetilde{A}^n$:

Օգտվելով f ֆունկցիայի գծայնությունից՝ կարող ենք գրել, որ A^n-ի կամայական x տարրի դեպքում

$$f(x) = f(x^i\vec{e}_i) = f\left(x^1 e_1 + x^2 e_2 + \cdots + x^n e_n\right) = x^1 f(e_1) + x^2 f(e_2) + \cdots +$$
$$x^n f(e_n) = x^i f(e_i): \tag{14}$$

$e_i = \{0,...,0,1,0,...,0\}$ պահանջմունքի վեկտորի համար[8] (7) ներկայացումից կունենանք

$$f(e_i) = 0 \cdot \lambda_1 + 0 \cdot \lambda_2 + \cdots + 0 \cdot \lambda_{i-1} + 1 \cdot \lambda_i + 0 \cdot \lambda_{i+1} + \cdots + 0 \cdot \lambda_n = \lambda_i, (i = \overrightarrow{1,n}), \tag{15}$$

[8] e_i-ն այն պահանջմունքն է, որի i-րդ կոորդինատը 1 է, իսկ մնացածները՝ 0:

այսինքն՝ $f(e_i)$-ն i-րդ ապրանքատեսակի մեկ միավորի գինն է: Համաձայն f ֆունկցիայի սահմանման, $f(e_i)$-ն նաև i-րդ ապրանքատեսակի մեկ միավորի վրա կատրվող ծախսն էր: $f(e_i)$-ի այս երկու իմաստների նույնացումը շատ բնական է, քանի որ տնտեսագիտական տեսանկյունից ևս ապրանքի մեկ միավոր ձեռք բերելու ծախսը հավասար է այդ ապրանքի մեկ միավորի գնին: Ելնելով (15)-ից՝ $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n)$ գնային վեկտորը կարելի է գրառել նաև $\lambda = (f(e_1), f(e_2), ..., f(e_n))$ տեսքով:

$\widetilde{A}^n$ -ում դիտարկենք

$$f^i(e_j) = \delta^i_j = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}, \ (i, j = \overrightarrow{1, n}) \qquad (16)$$

բանաձևով որոշվող f^i գծային ձևերը: Ցույց տանք, որ $f^1, f^2, \ldots, f^n$ գծային ձևերը $\widetilde{A}^n$ տարածության հենք են կազմում: Իրոք՝ (16) արտահայտությունից ունենք

$$f^1(e_1) = 1,\ f^1(e_2) = 0,\ f^1(e_3) = 0, \ldots,\ f^1(e_n) = 0,$$

$$f^2(e_1) = 0,\ f^2(e_2) = 1,\ f^2(e_3) = 0, \ldots,\ f^2(e_n) = 0, \qquad (17)$$

. . . .

$$f^n(e_1) = 0,\ f^n(e_2) = 0, \ldots,\ f^n(e_{n-1}) = 0,\ f^n(e_n) = 1:$$

f^i -երի գծայնությունից, $\forall x \in A^n$ պահանջմունքի վեկտորի դեպքում կունենանք

$$f^i(x) = f^i(x^j e_j) = x^j f^i(e_j) = x^j \delta^i_j = x^i, \quad (i = \overrightarrow{1, n}) \qquad (18)$$

ինչը նշանակում է, որ f^i -ն ամեն մի $x = x^j e_j$ պահանջմունքի վեկտորի համապատասխանեցնում է այդ իսկ վեկտորի i-րդ կոորդինատը (որը նաև x պահանջմունքի վեկտորն ունեցող սպառողի կողմից a_i ապրանքի օգտագործվող քանակությունն էր): Այսպիսով, (7)-ից և (18)-ից հետևում է, որ ծախսերի ամեն մի f ֆունկցիա՝ որպես գծային ձև, այնպիսի f^i ֆունկցիաների գծային զուգակցություն է, որոնցից յուրաքանչյուրը x պահանջմունքի վեկտորին համապատասխանեցնում է նրա i-րդ կորդինատը: Քանի որ n այդպիսի ֆունկցիաները գծորեն անկախ են, ապա f^i ֆունկցիաների համակարգը կարելի է համարել $\widetilde{A}^n$ վեկտորական տարածության հենք: (17)-ից հետևում է նաև, որ f^1 գծային ձևը որոշվում է $\{1,0,0,...,0\}$ զնային վեկտորով, f^2-ը՝ $\{0,1,0,...,0\}$ զնային վեկտորով, f^n-ը՝ $\{0,0,0,...,1\}$ զնային վեկտորով, որոնք՝ գծորեն անկախ են: Սա ևս հիմնավորում է, որ (16) բանաձևով որոշվող $f^1, f^2, \ldots, f^n$ գծային ձևերը՝ որպես $\widetilde{A}^n$ տարածության տարրեր, գծորեն անկախ են, հետևաբար դրանք կարելի է դիտարկել որպես $\widetilde{A}^n$ գծային տարածության հենքային վեկտորներ: $f^1, f^2, \ldots, f^n$ հենքային վեկտորների համակարգը նշանակենք $\left\{f^i\right\}_{\overline{1,n}}$: (7) և (18)-ից հետևում է նաև, որ

$$f(x) = \lambda_1 f^1(x) + \lambda_2 f^2(x) + \cdots + \lambda_n f^n(x) = \lambda_i f^i(x): \tag{19}$$

Հաշվի առնելով (17)-ը, λ-ն կարելի է ներկայացնել $\widetilde{A}^n$ տարածության f^i հենքային վեկտորների միջոցով հետևյալ կերպ.

$$\lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n\} = \{\lambda_1, 0, ..., 0\} + \cdots + \{0, ..., 0, \lambda_n\} = \lambda_1\{1,0,...,0\} + \cdots + \lambda_n\{0,0,...,1\} =$$
$$= \lambda_1\{f^1(\vec{e}_1), f^1(\vec{e}_2), ..., f^1(\vec{e}_n)\} + \cdots + \lambda_n\{f^n(\vec{e}_1), f^n(\vec{e}_2), ..., f^n(\vec{e}_n)\} = \lambda_i f^i,$$

որտեղ

$$f^i = \{f^i(\vec{e}_1), f^i(\vec{e}_2), ..., f^i(\vec{e}_{i-1}), f^i(\vec{e}_i), f^i(\vec{e}_{i+1}), ..., f^i(\vec{e}_n)\} =$$
$$\{0,0,...,0,1,0,...,0\}, \quad (i = \overrightarrow{1,n}):$$

Այսպիսով, տրված $\lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n\}$ զնային վեկտորով որոշվող ամեն մի $f(x)$ ծախսերի ֆունկցիա, միակ ձևով կարելի է ներկայացնել $f^1, f^2, \ldots, f^n$ գծորեն անկախ վեկտորների գծային զուգակցությամբ, հետևաբար $\left\{f^i\right\}_{\overline{1,n}}$ համակարգը $\widetilde{A}^n$ տարածության հենք է: Անվանենք այն A^n տարածության $\left\{\vec{e}_i\right\}_{\overline{1,n}}$ հենքի *փոխադարձ հենք:* Քանի որ A^n-ի տրված $\left\{e_i\right\}_{\overline{1,n}}$ հենքի դեպքում յուրաքանչյուր $f(x)$ ծախսերի ֆունկցիա՝ որպես գծային ձև, միարժեքորեն որոշվում է թվերի $\{f(e_1), f(e_2), ..., f(e_n)\}$ n-յակով (զնային վեկտորով), ապա ակնհայտ է, որ $\widetilde{A}^n$ և A^n տարածությունները իզոմորֆ են: Հետևաբար $\dim \widetilde{A}^n = \ = \dim A^n = n$: $\widetilde{A}^n$-ը, որը A^n տարածության համալուծ տարածությունն է [21], անվանենք *ծախսերի տարածություն:* Այնքանով որ $\widetilde{A}^n$ տարածության տարրերը (ծախսերը) միարժեքորեն պայմանավորվում են λ գնային վեկտորով, $\widetilde{A}^n$ տարածությունը կանվանենք նաև *գնային տարածություն:*

Ամփոփելով ասվածը, կարելի է ձևակերպել հետևյալ արդյունքը: Եթե $\{e_i\}_{\overline{1,n}}$-ը պահանջմունքների A^n տարածության հենք է, իսկ $\{f^i\}_{\overline{1,n}}$-ն նրա փոխադարձ հենքն է նրան համալուծ $\widetilde{A}^n$ գնային տարածությունում, ապա ծախսերի ֆունկցիայի հաշվարկման (7) բանաձևում ապրանքատեսակների $x^1, x^2, ..., x^n$ քանակները, որոնք պահանջմունքի $x \in A^n$ վեկտորի կոորդինատներն են $\{e_i\}_{\overline{1,n}}$ հենքում, միաժամանակ $x \in A^n$ վեկտորի վրա $\widetilde{A}^n$ տարածության f^1, $f^2, \dots, f^n$ հենքային գծային ձևերի արժեքներն են: Գնային վեկտորի λ_i կոորդինատները $f(x) \in \widetilde{A}^n$ վեկտորի կոորդինատներն են $\{f^i\}_{\overline{1,n}}$ հենքում, ինչպես նաև f ֆունկցիայի $f(e_1)$, $f(e_2), \dots, f(e_n)$ արժեքներն են A^n-ի $\{e_i\}_{\overline{1,n}}$ հենքային վեկտորների վրա: Իրավացի են հետևյալ առնչությունները.

$$x = x^i \vec{e}_i, \quad f^i(\vec{x}) = x^i, \quad f(x) = \lambda_i f^i(x), \quad f(e_i) = \lambda_i,$$

$$x = \{x^1, x^2, ..., x^n\} = \{f^1(x), f^2(x), ..., f^n(x)\},$$

$$\lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n\} = \{f(e_1), f(e_2), ..., f(e_n)\} \quad (*)$$

$$f(x) = x^i f(e_i), \quad f(x) = f(e_i) f^i(x), \quad \lambda = \lambda_i f^i:$$

(14) արտահայտությունից հետևում է, որ $f(e_i)$ հաստատունները (գնային վեկտորի կոորդինատները) կախված են $\{e_i\}_{\overline{1,n}}$ հենքի ընտրությունից: Տեսնենք, թե ինչպես են փոփոխվում $f(e_i)$ գործակիցները, երբ A^n-ի $\{e_i\}_{\overline{1,n}}$ հենքից անցում է կատարվում նոր՝ $\{e_{i'}\}_{\overline{1,n}}$ հենքի: Տրված x պահանջմունքի դեպքում $f(x)$-ը հին $\{e_i\}_{\overline{1,n}}$ հենքում ներկայացվում էր $f(x) = f(e_i)x^i$ տեսքով: Նոր $\{e_{i'}\}_{\overline{1,n}}$ հենքում այն կներկայացվի $f(x) = f\left(x^{i'} e_{i'}\right) = x^{i'} f(e_{i'})$ տեսքով: Հետևաբար $f(e_i)x^i = f(e_{i'})x^{i'}$: Տեղադրելով (6)-ից այս հավասարության մեջ $x^i = \Gamma^i_{i'} x^{i'}$ արժեքները՝ կստանանք $f(e_i)\Gamma^i_{i'} x^{i'} = f(e_{i'})x^{i'}$, որտեղից

$$f(e_{i'}) = \Gamma^i_{i'} f(e_i): \tag{20}$$

Հանգունորեն կստանանք նաև, որ

$$f(e_i) = \Gamma_i^{i'} f(e_{i'}) : \tag{21}$$

Համեմատելով (20) և (21) բանաձևերը (5) և (6) բանաձևերի հետ դժվար չէ նկատել, որ $f(e_i)$-երից $f(e_{i'})$-երին անցումն իրականացվում է ոչ թե x^i-երից $x^{i'}$-երին անցման $(\Gamma_i^{i'})$ մատրիցի, այլ նրան հակադարձ $(\Gamma_{i'}^{i})$ մատրիցի միջոցով: Այսինքն՝ e_i հենքային վեկտորների ձևափոխության օրենքը համընկնում է $f(e_i)$-երի ձևափոխության օրենքի հետ և հակադարձ է x^i-երի ձևափոխության օրենքին: Այս հանգամանքը հաշվի առնելով է, որ մաթեմատիկական գրականության մեջ A^n տարածության վեկտորները $\widetilde{A}^n$ տարածության վեկտորներից տարբերելու համար վերջիններիս անվանում են նաև կովեկտորներ [24]:

Այսպիսով, f ֆունկցիան այնպիսի մի գծային ձև է, որը պահանջմունքի x և գնային λ վեկտորների յուրաքանչյուր զույգին՝ (7) կանոնով համապատասխանության մեջ է դնում սպառողի ծախսերի թվային արժեքը: Այն օժտված է հետևյալ չորս հատկություններով.

$$f(x+y) = f(x) + f(y), \quad f(\alpha x) = \alpha f(x), \quad (f_1 + f_2)(x) = f_1(x) + f_2(x),$$

$$(\alpha f)(x) = \alpha f(x) : \tag{22}$$

(7) բանաձևով որոշվող ծախսերի $f(x)$ ֆունկցիայի $x^i\lambda_i$ արժեքը կարելի է դիտարկել որպես $x = x^i e_i$ և $\lambda = \lambda_i f^i$ վեկտորների $\langle x, \lambda \rangle$ սկալյար արտադրյալ[9].

$$f(x) = x^i \lambda_i = \langle x, \lambda \rangle, \tag{23}$$

Օգտվելով (23) գրառումից՝ (22) արտահայտությունները ներկայացնենք

$$\langle x+y, \lambda \rangle = \langle x, \lambda \rangle + \langle y, \lambda \rangle, \quad \langle \alpha x, \lambda \rangle = \alpha \langle x, \lambda \rangle, \quad \langle x, \lambda^1 + \lambda^2 \rangle = \langle x, \lambda^1 \rangle + \langle x, \lambda^2 \rangle,$$

$$\langle x, \alpha\lambda \rangle = \alpha \langle x, \lambda \rangle, \tag{24}$$

[9] Նկատենք, որ ի տարբերություն սկալյար արտադրյալի դասական սահմանման, որտեղ այն միևնույն գծային տարածության վեկտորների զույգին վերագրված թիվ է, այստեղ այն վերագրվում է վեկտորների այնպիսի զույգի, որոնցից մեկը A^n, իսկ մյուսը՝ $\widetilde{A}^n$ տարածության վեկտոր է:

տեսքերով: Կարող ենք ասել, որ (23) բանաձևով A^n և $\widetilde{A}^n$ տարածությունների օբյեկտների միջև սահմանվում է գործողություն[10] (նշանակենք այն $\varphi(x, f)$), որն ամեն մի $x \in A^n$ վեկտորի և $f \in \widetilde{A}^n$ կովեկտորի համապատասխանեցնում է $\lambda^i x_i$ թիվը (ծախսերի չափը), և այդ գործողությունը բավարարում է (24) պայմաններին: $\varphi(x, f)$ գործողության միջոցով (23) և (24) առնչությունները գրառենք հետևյալ կերպ.

$$\begin{aligned}\phi(x+y, f) &= \langle x+y, \lambda\rangle = (x^i + y^i)\lambda_i = x^i\lambda_i + y^i\lambda_i = \\ &= \langle x, \lambda\rangle + \langle y, \lambda\rangle = \phi(x, f) + \phi(y, f)\end{aligned}, \quad (25)$$

$$\varphi(\alpha x, f) = \langle \alpha x, \lambda\rangle = (\alpha x^i)\lambda_i = \alpha(x^i\lambda_i) = \alpha\langle x, \lambda\rangle = \alpha\varphi(x, f), \quad (26)$$

$$\begin{aligned}\phi(x, f_1 + f_2) &= \langle x, f_1 + f_2\rangle = x^i(\lambda_i^1 + \lambda_i^2) = \\ &= x^i\lambda_i^1 + x^i\lambda_i^2 = \langle x, \lambda^1\rangle + \langle x, \lambda^2\rangle = \phi(x, f_1) + \phi(x, f_2)\end{aligned}, \quad (27)$$

$$\varphi(x, \alpha f) = \langle x, \alpha f\rangle = x^i(\alpha\lambda_i) = \alpha(x^i\lambda_i) = \alpha\langle x, \lambda\rangle = \alpha\varphi(x, f): \quad (28)$$

(25)-(28) բանաձևերից հետևում է, որ $\varphi(x, f) = \langle x, \lambda\rangle$ կանոնով սահմանվում է երկգծային ձև, որը x և f վեկտորների յուրաքանչյուր զույգին համապատասխանեցնում է $x^i\lambda_i$ թիվը: Հաստատուն գնային վեկտորի դեպքում[11] (երբ $\lambda = const$), φ երկգծային ձևի արժեքը պայմանավորվում է պահանջմունքի x վեկտորով, այսինքն՝ անհատական օգտագործման համար սպառողին անհրաժեշտ ապրանքների $x^1, x^2, \ldots, x^n$ քանակներով: Այդ դեպքում φ-ն վերածվում է մեկ վեկտորական արգումենտից գծային ձևի: φ-ն կվերածվի 1-գծային ձևի նաև այն դեպքում, երբ x պահանջմունքի վեկտորը հաստատուն է, իսկ գների վեկտորը՝ փոփոխական[12]:

$\varphi = \varphi(x, f)$ երկգծային ձևը ներկայացնենք հետևյալ տեսքով.

$$\varphi = \varphi(x, f) = \varphi(x^i e_i, \lambda_j f^j) = x^i\lambda_j\varphi(e_i, f^j) = \varphi_i^j x^i\lambda_j, \quad (j, k = \overrightarrow{1, n}), \quad (29)$$

[10] Սկալյար արտադրյալի գործողություն վեկտորների և կովեկտորների միջև:

[11] Այսինքն, երբ սպառողներն առևտուր են անում միևնույն վաճառակետից:

[12] Սա համարժեք է այն իրադրությանը, երբ իր ֆիքսված x պահանջմունքը բավարարելու համար անձն առևտուր է անում տարբեր վաճառակետերից, որոնցում միևնույն ապրանքը տարբեր գին ունի:

որտեղ $\varphi(e_i, f^j)$ թվերը նշանակված են φ_i^j-ով, որոնց կանվանենք երկգծային ձևի գործակիցներ: Պարզ է, որ φ_i^j գործակիցները կախված են A^n և $\widetilde{A}^n$ տարածությունների հենքերի ընտրությունից: Տեսնենք, թե ինչպես են փոփոխվում $\varphi = \varphi(x, f)$ երկգծային ձևի φ_i^j գործակիցները, երբ $\{e_i\}_{\overline{1,n}}$ և $\{f^i\}_{\overline{1,n}}$ հենքերից անցում է կատարվում $\{e_{i'}\}_{\overline{1,n}}$ և $\{f^{i'}\}_{\overline{1,n}}$ հենքերին: Նոր հենքերում φ երկգծային ձևը կներկայացվի

$$\varphi = \varphi(x, f) = \varphi(x^{i'}e_{i'}, \lambda_{j'} f^{j'}) = x^{i'}\lambda_{j'}\varphi(e_{i'}, f^{j'}) = \varphi_{i'}^{j'} x^{i'}\lambda_{j'} \qquad (30)$$

տեսքով: Սակայն, նոր հենքերի անցնելիս $e_{i'} = \Gamma_{i'}^i e_i$, $f^{j'} = \Gamma_j^{j'} f^j$, հետևաբար

$$\varphi_{i'}^{j'} = \varphi(e_{i'}, f^{j'}) = \varphi(\Gamma_{i'}^i e_i, \Gamma_j^{j'} f^j) = \Gamma_{i'}^i \Gamma_j^{j'} \varphi(e_i, f^j) = \Gamma_{i'}^i \Gamma_j^{j'} \varphi_i^j : \qquad (31)$$

Համոզվենք, որ φ երկգծային ձևն ինվարիանտ է (անփոփոխակ է), այսինքն՝ նրա արժեքը կախված է միայն x և f վեկտորներից և կախված չէ նրանից, թե որ $\{e_i\}_{\overline{1,n}}$ և $\{f^i\}_{\overline{1,n}}$ հենքերում են դիտարկվում այդ վեկտորները: Իրոք, հենքային ձևափոխության արդյունքում $\varphi = \varphi_i^j x^i \lambda_j$ երկգծային ձևը կփոխակերպվի $\varphi' = \varphi_{i'}^{j'} x^{i'} \lambda_{j'}$ երկգծային ձևի: Ցույց տանք, որ $\varphi = \varphi'$: Հաշվի առնելով, որ $\varphi_{i'}^{j'} = \Gamma_{i'}^i \Gamma_j^{j'} \varphi_i^j$, $x^{i'} = \Gamma_i^{i'} x^i$, $\lambda_{j'} = \Gamma_{j'}^m \lambda_m$[13], $\Gamma_{k'}^i \Gamma_j^{k'} = \delta_j^i$, $\Gamma_{j'}^k \Gamma_k^{i'} = \delta_{j'}^{i'}$, կարող ենք գրել

$$\varphi' = \varphi_{i'}^{j'} x^{i'} \lambda_{j'} = \Gamma_{i'}^i \Gamma_j^{j'} \varphi_i^j \Gamma_k^{i'} x^k \Gamma_{j'}^m \lambda_m = \Gamma_{i'}^i \Gamma_k^{i'} \Gamma_j^{j'} \Gamma_{j'}^m \varphi_i^j x^k \lambda_m =$$

$$\delta_k^i \delta_j^m \varphi_i^j x^k \lambda_m = \varphi_i^j \delta_k^i x^k \delta_j^m \lambda_m = \varphi_i^j x^i \lambda_m = \varphi :$$

φ երկգծային ձևի ինվարիանտությունը նշանակում է, որ φ_i^j գործակիցների համախմբությունն իրենից (1,1) տիպի տենզոր է ներկայացնում, այսինքն՝ դրանք հանդիսանում են A^n և $\widetilde{A}^n$ տարածությունների $A^n \otimes \widetilde{A}^n$ տենզորական արտադրյալի տարրեր: $A^n \otimes \widetilde{A}^n$ տարածությունն անվանենք *ապրանքագնային տարածություն:* Այսպիսով, ապրանքագնային տարածությունը կարելի է դիտարկել, որպես $A^n \otimes \widetilde{A}^n$ տենզորական տարածության մոդել:

---

[13] $\lambda_{j'} = \Gamma_{j'}^m \lambda_m$ բանաձևը հետևում է $f(e_{i'}) = \Gamma_{i'}^i f(e_i)$, $f(e_i) = \lambda_i$, $f(e_{i'}) = \lambda_{i'}$ կապերից (տե՛ս (15)-ը, (*)-ը և (20)-ը) :

$\widetilde{A}^n$ և A^n տարածությունները կարելի է դիտարկել նաև որպես n չափի C^1 դասի բազմաձևություններ: Այդ դեպքում $(\widetilde{A}^n, A, f^{-1})$ եռյակը կհանդիսանա A^n բազայով և $f^{-1}: \widetilde{A}^n \to A^n$ պրոյեկցիայով[14] $2n$-չափի շերտավորված տարածություն: Ցանկացած $x \in A^n$ կետի (x տնտեսական սուբյեկտի) F_x շերտ, $\widetilde{A}^n$ բազմաձևությունում կորոշվի $f(x) = F_x$ կանոնով: $(\widetilde{A}^n, A, f^{-1})$ շերտավորված տարածության $f: A^n \to \widetilde{A}^n$ արտապատկերումով որոշվող հատույթը, որտեղ $f^{-1} \circ f = id_{A^n}$, իրենից կներկայացնի $\varphi(x, f)$ երկգծային ձևով որոշվող (1,1) տիպի տենզորական դաշտ [25]:

Այժմ դիտարկենք պահանջմունքների $x_1 = \{x_1^1, x_1^2, ..., x_1^n\}$, $x_2 = \{x_2^1, x_2^2, ..., x_2^n\}, ...,$ $x_m = \{x_m^1, x_m^2, ..., x_m^n\}$ վեկտորներն ունեցող m սպառողների և ենթադրենք, որ նրանցից յուրաքանչյուրը՝ որպես տնտեսական սուբյեկտ, տեսականու ապրանքները ձեռք է բերում իրեն նախընտրելի գներով, այսինքն՝ ունի գների իր *անհատական վեկտորը:* Ենթադրենք x_1 սպառողի գների անհատական վեկտորն է $\lambda^1 = \{\lambda_1^1, \lambda_2^1, ..., \lambda_n^1\}$, x_2 սպառողինը՝ $\lambda^2 = \{\lambda_1^2, \lambda_2^2, ..., \lambda_n^2\}$, x_m սպառողինը՝ $\lambda^m = \{\lambda_1^m, \lambda_2^m, ..., \lambda_n^m\}$, որտեղ λ_i^α-ն՝ ($\alpha = \overrightarrow{1,m}$, $i = \overrightarrow{1,n}$), i-րդ ապրանքի (a_i ապրանքատեսակի) մեկ միավորի համար α-րդ անձի կողմից վճարվող գինն է[15]: Այդ դեպքում սպառողների ծախսերի չափերը համապատասխանաբար կլինեն

$$f_1(x_1) = \langle x_1, \lambda^1 \rangle = x_1^i \lambda_i^1,\ \ f_2(x_2) = \langle x_2, \lambda^2 \rangle = x_2^i \lambda_i^2, \ldots,$$

$$f_m(x_m) = \langle x_m, \lambda^m \rangle = x_m^i \lambda_i^m,$$

ինչը կարճ գրառենք

$$f_\alpha(x_\alpha) = \langle x_\alpha, \lambda^\alpha \rangle = x_{|\alpha|}^i \lambda_i^{|\alpha|}, \qquad (\alpha = \overrightarrow{1,m},\ i = \overrightarrow{1,n}) \tag{32}$$

---

[14] Նկատենք, որ $f^{-1}: \widetilde{A}^n \to A^n$ արտապատկերումը սուրյեկտիվ է:

[15] Չի բացառվում, որ ֆիքսված i-ի դեպքում λ_i^α-երից որոշները համընկնեն՝ օրինակ $\lambda_5^3 = \lambda_5^6 = \lambda_5^8$, ինչը կնշանակի, որ 3-րդ, 6-րդ և 8-րդ սպառողները 5-րդ ապրանքատեսակը ձեռք են բերում միևնույն գնով: Կարող են համընկնել նաև որոշ սպառողների գների անհատական վեկտորներն ամբողջությամբ (օրինակ՝ $\lambda^1 \equiv \lambda^3$, ինչն համարժեք է $\lambda_1^1 = \lambda_1^3$, $\lambda_2^1 = \lambda_2^3$, $\lambda_3^1 = \lambda_3^3, \ldots, \lambda_n^1 = \lambda_n^3$ պայմանին):

ընդհանրական տեսքով, որտեղ ըստ α ինդեքսի գումարում չի իրականացվում[16]:

Դիտարկենք գների անհատական վեկտորների՝ $\lambda^1=\{\lambda_1^1,\lambda_2^1,...,\lambda_n^1\}$, $\lambda^2=\{\lambda_1^2,\lambda_2^2,...,\lambda_n^2\}$, $\lambda^3=\{\lambda_1^3,\lambda_2^3,...,\lambda_n^3\}$, … $,\lambda^m=\{\lambda_1^m,\lambda_2^m,...,\lambda_n^m\}$ բազմությունը: Հաստատուն գնային վեկտորի բացակայության դեպքում յուրաքանչյուր սպառող հնարավորություն ունի առաջին ապրանքը ձեռք բերել $\lambda_1^1,\lambda_1^2,\ldots,\lambda_1^m$ գներից որևէ մեկով, երկրորդը՝ $\lambda_2^1,\lambda_2^2,\ldots,\lambda_2^m$ գներից որևէ մեկով, իսկ n–րդը՝ $\lambda_n^1,\lambda_n^2,\ldots,\lambda_n^m$ գներից որևէ մեկով: Այդ դեպքում $(\lambda_1^1,\lambda_1^2,\ldots,\lambda_1^m)$, $(\lambda_2^1,\lambda_2^2,\ldots,\lambda_2^m)$, …, $(\lambda_n^1,\lambda_n^2,\ldots,\lambda_n^m)$ m-յակներով կներկայացվեն ապրանքներից յուրաքանչյուրի հնարավոր գները, այսինքն՝ ապրանքատեսակներից յուրաքանչյուրը կունենա իր գնային վեկտորը: $\widetilde{\lambda}_i=\{\lambda_i^1,\lambda_i^2,\lambda_i^3,...,\lambda_i^m\}$-ն անվանենք ***i*** *-րդ ապրանքատեսակի* $(i=\overrightarrow{1,n})$ *գնային վեկտոր*[17]: Ի տարբերություն այն դեպքի, երբ գնային վեկտորը նույնն էր բոլոր սպառողների համար, այստեղ ենթադրվում է, որ ապրանքատեսակների $\widetilde{\lambda}_i$ գնային վեկտորները ընդհանուր առմամբ իրարից տարբեր են: Ըստ ապրանքատեսակների՝ α սպառողներից յուրաքանչյուրի ծախսերի հնարավոր արժեքները կարելի է որոշել $n\cdot m$ չափի

$$\begin{pmatrix} x_\alpha^1\lambda_1^1 & x_\alpha^1\lambda_1^2 & x_\alpha^1\lambda_1^3\ldots x_\alpha^1\lambda_1^m \\ x_\alpha^2\lambda_2^1 & x_\alpha^2\lambda_2^2 & x_\alpha^2\lambda_2^3\ldots x_\alpha^2\lambda_2^m \\ x_\alpha^3\lambda_3^1 & x_\alpha^3\lambda_3^2 & x_\alpha^3\lambda_3^3\ldots x_\alpha^3\lambda_3^m \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_\alpha^n\lambda_n^1 & x_\alpha^n\lambda_n^2 & x_\alpha^n\lambda_n^3\ldots x_\alpha^n\lambda_n^m \end{pmatrix}$$

մատրիցից (աղյուսակից), որի ***i*** -րդ տողում դրված են α-րդ սպառողի կողմից ***i*** -րդ ապրանքատեսակի վրա կատարվող ծախսերի հնարավոր արժեքները՝ ըստ այդ ապրանքի գնային վեկտորի:

[16] Եթե արտադրյալ պարունակող արտահայտության մեջ ըստ վերևում և ներքևում գրված որևէ ինդեքսի գումարում չի իրականացվում, ապա այդ ինդեքսը կդնենք մոդուլի՝ | | նշանի մեջ:

[17] Որոշ ապրանքատեսակների գնային վեկտորներ ամբողջությամբ կամ մասնակիորեն կարող են համընկնել:

Ակնհայտ է, որ տնտեսագիտության տեսանկյունից անձի տնտեսական վարքի արդյունավետության հարցը հանգելու է անձի կողմից իր պահանջմունքների բավարարմանը միտված ծախսերի նվազեցման խնդրին, որն իր հերթին պայմանավորվելու է յուրաքանչյուր ապրանքատեսակի վրա կատարվող ծախսի չափի հնարավոր նվազեցմամբ: Ասվածն առավել ակնառու պարզաբանելու համար դիտարկենք α-րդ սպառողի կողմից $\boldsymbol{i}$-րդ ապրանքատեսակի վրա կատարվող ծախսերի հնարավոր արժեքների $\{x_\alpha^{|i|}\lambda_{|i|}^1, x_\alpha^{|i|}\lambda_{|i|}^2, x_\alpha^{|i|}\lambda_{|i|}^3,..., x_\alpha^{|i|}\lambda_{|i|}^m\}$ բազմությունը: Առաջին սպառողի ծախսերի f_1 ֆունկցիայի նվազագույն արժեքը[18] ստանալու համար (32) բանաձևում պետք է տեղադրել $\alpha = 1$ և որպես գումարելիներ՝ վերցնել $\min\{x_1^1\lambda_1^1, x_1^1\lambda_1^2,..., x_1^1\lambda_1^m\}$, $\min\{x_1^2\lambda_2^1, x_1^2\lambda_2^2,..., x_1^2\lambda_2^m\}$,..., $\min\{x_1^n\lambda_n^1, x_1^n\lambda_n^2,..., x_1^n\lambda_n^m\}$ արժեքները: Նույն սկզբունքով կորոշվեն նաև մյուս սպառողների ծախսերի ֆունկցիաների նվազագույն արժեքները: Դիցուք

$\min\{x_1^1\lambda_1^1, x_1^1\lambda_1^2,..., x_1^1\lambda_1^m\} = \tilde{f}_1^1$, $\min\{x_1^2\lambda_2^1, x_1^2\lambda_2^2,..., x_1^2\lambda_2^m\} = \tilde{f}_1^2$, ..., $\min\{x_1^n\lambda_n^1, x_1^n\lambda_n^2,..., x_1^n\lambda_n^m\} = \tilde{f}_1^n$,

$\min\{x_2^1\lambda_1^1, x_2^1\lambda_1^2,..., x_2^1\lambda_1^m\} = \tilde{f}_2^1$, $\min\{x_2^2\lambda_2^1, x_2^2\lambda_2^2,..., x_2^2\lambda_2^m\} = \tilde{f}_2^2$, ..., $\min\{x_2^n\lambda_n^1, x_2^n\lambda_n^2,..., x_2^n\lambda_n^m\} = \tilde{f}_2^n$,

. . . .

$\min\{x_\alpha^1\lambda_1^1, x_\alpha^1\lambda_1^2,..., x_\alpha^1\lambda_1^m\} = \tilde{f}_\alpha^1$, $\min\{x_\alpha^2\lambda_2^1, x_\alpha^2\lambda_2^2,..., x_\alpha^2\lambda_2^m\} = \tilde{f}_\alpha^2$, ..., $\min\{x_\alpha^n\lambda_n^1, x_\alpha^n\lambda_n^2,..., x_\alpha^n\lambda_n^m\} = \tilde{f}_\alpha^n$,

. . . .

$\min\{x_m^1\lambda_1^1, x_m^1\lambda_1^2,..., x_m^1\lambda_1^m\} = \tilde{f}_m^1$, $\min\{x_m^2\lambda_2^1, x_m^2\lambda_2^2,..., x_m^2\lambda_2^m\} = \tilde{f}_m^2$, ..., $\min\{x_m^n\lambda_n^1, x_m^n\lambda_n^2,..., x_m^n\lambda_n^m\} = \tilde{f}_m^n$:

Այդ դեպքում, α-րդ սպառողի ծախսերի ֆունկցիայի նվազագույն արժեքը կլինի $f_\alpha = \sum_{i=1}^{n} \tilde{f}_\alpha^i$, որտեղ $\tilde{f}_\alpha^i = \min\{x_\alpha^{|i|}\lambda_{|i|}^1, x_\alpha^{|i|}\lambda_{|i|}^2, x_\alpha^{|i|}\lambda_{|i|}^3,..., x_\alpha^{|i|}\lambda_{|i|}^m\}$,

[18] Տնտեսագիտության մեջ, ծախսերի հնարավորինս նվազագույն արժեքը համարվում է տնտեսական վարքի արդյունավետության ցուցանիշ:

$\alpha = \overline{1,m}$, $i = \overline{1,n}$: Այսինքն՝ m սպառողներից յուրաքանչյուրի տնտեսական վարքի արդյունավետության ցուցանիշը կպայմանավորվի համապատասխանաբար

$$f_1 = \sum_{i=1}^{n} \tilde{f}_1^i, \quad f_2 = \sum_{i=1}^{n} f_2^i, \quad f_3 = \sum_{i=1}^{n} \tilde{f}_3^i, \dots, \quad f_m = \sum_{i=1}^{n} \tilde{f}_m^i \tag{33}$$

ծախսերի ֆունկցիաների արժեքով:

Անձի տնտեսական վարքի վրա հոգեբանական գործոնների ազդեցությունը հաշվի առնելու պարագայում $U(x_\alpha) = \sum_{i=1}^{n} f_\alpha^i p_i$ օգտակարության ֆունկցիաներում մասնակցող f_α^i արժեքները պետք է համարվեն անձի հոգեֆիզիոլոգիական և սոցիոհոգեբանական առանձնահատկություններով պայմանավորված մեծություններ: Սա ենթադրում է, որ վիճակախաղի $[(f_\alpha^1, p_1); (f_\alpha^2, p_2); \dots; (f_\alpha^n, p_n)]$ մոդելներում ծախսերի f_α^i ֆունկցիաների արժեքների հանդես գալու p_i հավանականությունները, որոնք կստացվեն փորձնական ճանապարհով, կարող են պայմանավորվել հոգեբանական գործոններով: Տնտեսական վարքի վրա հոգեբանական գործոնների ազդեցության փաստի ընդունումը ենթադրում է նաև որոշակի մեթոդաբանական հենքով հետազոտությունների և գիտափորձերի իրականացում ինչպես անհատական, այնպես էլ խմբային հարցումների միջոցով: Մասնավորապես, փորձարկվողների խմբերը կարելի է ձևավորել ըստ սոցիալական շերտի պատկանելիության, ըստ ռեֆերենտային խմբերի, ըստ մասնագիտական ընդհանրության, ըստ ծավալած տնտեսական գործունեության տեսակի և այլն: Փորձերկումները կարելի է իրականացնել սոցիոլոգիական հարցման և կոնտենտ վերլուծության մեթոդների գործադրմամբ:

Ամփոփելով ասվածը կարելի է եզրակացնել, որ անձի «հավասարակշիռ և արդյունավետ տնտեսական վարք» հասկացությունը հոգեբանության տեսանկյունից հարաբերական եզրույթ է այնքանով, որ այն չի պայմանավորվում միայն տնտեսական գործոններով: Սա իր հերթին նշանակում է, որ տնտեսական սուբյեկտների վարքի արդյունավետության ցուցանիշները հաշվարկելիս, որպես օգտակարության ֆունկցիաների արգումենտներ (փոփոխականներ) պետք է դիտարկվեն նաև այնպիսի մեծություններ, որոնք պայմանավորված են ոչ միայն տնտեսական, այլև անձի հոգեֆիզիոլոգիական և սոցիոհոգեբանական առանձնահատկություններով պայմանավորված գործոններով: Հոգեբանական գործոններով պայմանավորված տնտեսական վարքն իր մեջ որոշակի պայմանականություններ կարող է պարունակել նաև այն առումով, որ անձի հոգեֆիզիոլոգիական և սոցիոհոգեբանական առանձնահատկությունների դրսևորումների հարաբերակցությունը տարբեր իրադրություններում կարող է փոփոխվել: Տարբեր հանրույթների կամ հասարակական խմբերի անդամ հանդիսանալով, անձը, ելնելով առօրեական իրավիճակներից և առաջնորդվելով իրադրական շահերով և դիրքորոշումներով, կարող է միևնույն տնտեսական երևույթի հանդեպ տարբերակված վարք ցուցաբերել: Առաջնորդվելով տվյալ պահին գործող սոցիալ-տնտեսական հարաբերություններով և հասարակական-քաղաքական ինստիտուտների կողմից թելադրվող կանոններով՝ անձը միշտ չէ, որ իր տնտեսական վարքը կարողանում է կառուցել «բացարձակ արդյունավետության» սկզբունքի հիման վրա, քանի որ ստիպված է լինում հաշվի նստել այլ տնտեսական սուբյեկտների շահերի հետ ևս: Տնտեսավարման գործընթացում գործոն կարող են հանդիսանալ անձի խառնվածքը, բնավորությունը, մտավոր կարողությունները, դիրքորոշումները, կարծրատիպերը, արժեքային համակարգը և շատ այլ անձնային ու էթնոհոգեբանական առանձնահատկությունները, որոնց ազդեցության տակ ստորադասելով մաքսիմալ շահը՝ անձը կարող է չդրսևորել էգոցենտրիկ վարք: Պակաս կարևոր չէ նաև այն հանգամանքը, որ հատկապես անորոշությունների պարագայում ընտրություն կատարելիս, հաճախ անկարող լինելով հաշվարկներ իրականացնել, տնտեսվարող սուբյեկտները կարող են չառաջնորդվել կոգնիտիվ դրդապատճառներով: Նրանց տնտեսական վարքը կարող է ուղղորդվել այնպիսի հոգեբանական երևույթների ազդեցությամբ, ինչպիսիք են ռեպրեզենտատիվության, կոնսերվատիզմի, Վեբլենի, Մոնտե-Կարլոյի, Իրվինի, Սթոուների և շատ այլ երևույթները:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. *Becker G.* The Economic Approach to Human Behavior. Chicago: The University of Chicago Press. 1976.
2. *Rabin M.* Psychology and Economics // Journal of Econ. Lit. 1998, V. 36, No. 1. PP. 11–46.
3. *Katona G.* Psychological Analysis of Economical Behavior. N.Y.: McGraw-Hill, 1951.
4. *Катона Дж.* Рациональное поведение и экономическое поведение // В кн. «Классика маркетинга». С-Пб.: Питер, 2001. СС. 161–174.
5. *Позняков В. П.* Психологические отношения субъектов экономической деятельности. М.: Изд-во «Институт психологии РАН», 2000, 220с.
6. *Журавлев А.Л.* Экономическая психология в контексте современной психологической науки / А. Л. Журавлев // Проблемы экономической психологии. М.: Изд-во ИП РАН, 2004. СС. 3–24.

7. *Веригин А.Н.* Теория психического отражения и экономическая психология. Экономическая психология в современном мире: сборник научных статей. М.: 2012, СС. 57–68.
8. *Карнышев А.Д., Винокуров М.А.* Этнокультурные традиции и инновации в экономической психологии. М.: Изд-во «Институт психологии РАН», 2010, 480с.
9. *Залевский Г.В.* Личность и фиксированные формы поведения. М.: Изд-во ИП РАН, 2007, 336с.
10. *Винокуров М.А.* Введение в экономическую этнопсихологию: учеб. пособие / М.А. Винокуров, А.Д. Карнышев. Иркутск: Изд-во БГУЭП, 2007, 436с.
11. *Simon H.A.* A Behavioral Model of Rational Choice // The Quartarly Journal of Economics. V. 69, No 1 (Feb.,1955). PP. 99–118.
12. *Simon H. A.* Theories of Decision-Making in Economics and Behavior Sciences. The American Economic Review, Vol. 49, Issue 3 (Jun., 1959). PP. 253–283.
13. *Kahneman D., Tversky A.* Prospect Theory: An Analysis of Decision Under Risk. J. Econometrica. V. 47. No. 2 (Mar., 1979). PP. 263–291.
14. *Kahneman D., Tversky A.* On the Reality of Cognitive Illusions // Pcychological Review. 1996, V. 103, No. 3. PP. 582–591.
15. *Канеман Д., Тверски А.* Рациональный выбор, ценности и фреймы // Психологический журнал. 2003, т. 24, № 4. СС. 31–42.
16. *Канеман Д., Словик П., Тверски А.* Принятие решений в неопределенности: Правила и предупреждения. Харьков: Гуманитарный Центр, 2005, 632с.
17. *Coase R.* The New Institutional Economics // Journal of Institutional and Theoretical Economics, March, 1984, V. 140. PP. 229–231.
18. *Белянин А.В.* Математическая психология как раздел экономической теории. //«Психология». Журнал Высшей школы экономики, 2004, т. 1, № 3. СС. 106–128.
20. *Нейман Дж., Моргенштерн О.* Теория игр и экономическое поведение». М.: Наука, 1970, 708с.
21. *Шумейкер П.* Модель ожидаемой полезности: Разновидности, подходы, результаты и пределы возможностей. /THESIS, 1994, вып. 5, с. 29-80. (Paul J.H. Schoemaker. The Expected Utility Model: Its Variants, Purposes, Evidence and Limitations // Journal of Economic Literature, June 1982, v. XX, no. 2. PP. 529–563. The American Economic Association, 1982. Перевод А.В. Белянина). С. 31.
22. *Гельфанд И.М.* Лекции по линейной алгебре. Добросвет, МЦНМО. М., 1998, 320с.
23. *Розенфельд Б.А.* Многомерные пространства. М.: Наука, 1966, 668с.
24. *Акивис М.А., Гольдберг В.В.* Тензорное исчисление. М.: Наука, 1972, 352с.
26. *Норден А.П.* Пространства аффинной связности. М.: Наука, 1976, 432 с.
26. *Акивис М.А.* Многомерная дифференциальная геометрия // уч. пособие, Калинин, 1977, 84с.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТОВАРНО-ДЕНЕЖНОГО ПРОСТРАНСТВА И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ В ПСИХОЛОГИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ ЭКОНОМИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ

К.В. Восканян

АННОТАЦИЯ

1. Вопросы, связанные с экономическим поведением, давно вышли за рамки экономических исследований и стали предметом междисциплинарных исследований. Так в области психологии существует множество экспериментальных исследований в этом направлении, подтверждающих влияние психологических факторов на экономическое поведение. С помощью применения математических методов строятся различные социально-психологические модели экономического поведения, обусловленные психофизиологическими особенностями личности и социально-психологическими факторами. Выявляются показатели эффективности этих моделей, на основе которых разрабатываются механизмы управления экономикой.

Согласно исследованиям экспериментальной психологии, при выборе в условиях риска экономические субъекты руководствуются не только когнитивными, но и аффективными мотивами, что может привести к неэффективным проявлениям экономического поведения. Внутри институционального и эволюционного экономических направлений сформировалось мнение о том, что поведение экономического субъекта не всегда сопровождается поиском эффективных решений, направленных на максимизацию доходов, поскольку, действуя под влиянием привычек, эмоций и ограничений юридических институтов, зачастую не удается принимать наиболее эффективное решение. В этом контексте проводятся исследования, целью которых является выявление психологических закономерностей, проявляющихся в экономическом поведении человека, в основе которых лежат его личностные и этнопсихологические особенности.

2. При моделировании экономического поведения в экспериментальной психологии пользуются такими математическими понятиями как «рисковая перспектива» $[(x_1, p_1);(x_2, p_2);...;(x_n, p_n)]$ и «функция полезности» $U(x)=\sum_{i=1}^{n}u(x_i)p_i$, где x_i – возможные исходы перспектив, $u(x_i)$ – полезность i-той перспективы, p_i – вероятности перспектив удовлетворяющих условие $\sum_{i=1}^{n}p_i=1$. С помощью функции полезности подсчитываются показатели эффективности экономического поведения.

В статье рассматривается математическая модель товарно-денежного пространства, которая строится с помощью функции издержек, и рассматривается ее возможное применение в иссле-

дованиях экономического поведения личности, обусловленное психологическими факторами.

Для линейного пространства товаров $A^n = \{x = (x^1, x^2, ..., x^n)\}$ с базисом $\{e_i\}_{\overrightarrow{1,n}}$, где e_1, e_2,…, e_n – единичные векторы товаров, а x^i $(i = \overrightarrow{1,n})$ – соответствующие объемы (количества) этих товаров, строится функция издержек

$$f(x) = x^1\lambda_1 + x^2\lambda_2 + \cdots + x^n\lambda_n = \sum_{i=1}^{n} x^i\lambda_i = x^i\lambda_i,$$

(1)

где $\lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n\}$ – вектор цен товаров. Для пространства товаров A^n строится ее сопряженное пространство $\widetilde{A}^n$, которое названа пространством цен. Значение $\lambda^i x_l$ функции издержек, определяемое формулой (1), можно рассматривать как скалярное произведение $\langle x, \lambda\rangle$ векторов $x = x^i e_i$ и $\lambda = \lambda_i f^i$. Тем самым, между объектами пространств A^n и $\widetilde{A}^n$ естественным образом определяется операция $\varphi(x, f)$, которая каждому вектору $x \in A^n$ и ковектору $f \in \widetilde{A}^n$ ставит в соответствие число $\lambda^i x_l$ по функциональному закону (1). Эта операция удовлетворяет условиям

$$\begin{gathered}\phi(x+y, f) = \langle x+y, \lambda\rangle = (x^i + y^i)\lambda_i = \\ = x^i\lambda_i + y^i\lambda_i = \langle x, \lambda\rangle + \langle y, \lambda\rangle = \phi(x, f) + \phi(y, f)\end{gathered}, \qquad (2)$$

$$\begin{gathered}\phi(\alpha x, f) = \langle \alpha x, \lambda\rangle = (\alpha x^i)\lambda_i = \\ = \alpha(x^i\lambda_i) = \alpha\langle x, \lambda\rangle = \alpha\phi(x, f)\end{gathered},$$

(3)

$$\begin{gathered}\phi(x, f_1 + f_2) = \langle x, f_1 + f_2\rangle = x^i(\lambda_i^1 + \lambda_i^2) = \\ = x^i\lambda_i^1 + x^i\lambda_i^2 = \langle x, \lambda^1\rangle + \langle x, \lambda^2\rangle = \phi(x, f_1) + \phi(x, f_2)\end{gathered}, \qquad (4)$$

$$\begin{gathered}\phi(x, \alpha f) = \langle x, \alpha f\rangle = x^i(\alpha\lambda_i) = \\ = \alpha(x^i\lambda_i) = \alpha\langle x, \lambda\rangle = \alpha\phi(x, f)\end{gathered}, \qquad (5)$$

откуда следует, что каноном $\varphi(x, f) = \langle x, \lambda\rangle$ определяется билинейная форма, которая каждой паре векторов x и f ставит в соответствие число $x^i\lambda_i$. Показывается, что коэффициенты φ_i^j билинейной формы $\varphi = \varphi(x, f) = \varphi(x^i e_i, \lambda_j f^j) = x^i\lambda_j\varphi(e_i, f^j) = \varphi_i^j x^i\lambda_j$ являются элементами пространства $A^n \otimes \widetilde{A}^n$, которое и названо товарно-денежным.

Далее рассматриваются всевозможные значения $f_\alpha(x_\alpha) = \langle x_\alpha, \lambda^\alpha \rangle = x^i_{|\alpha|}\lambda^{|\alpha|}_i$ издержек (затрат) m потребителей ($\alpha = \overrightarrow{1,m}$, $i = \overrightarrow{1,n}$). Минимальное значение издержек α – того потребителя будет $f_\alpha = \sum_{i=1}^{n} \tilde{f}^i_\alpha$, где $\tilde{f}^i_\alpha = \min\{x^{|i|}_\alpha \lambda^1_{|i|}, x^{|i|}_\alpha \lambda^2_{|i|}, x^{|i|}_\alpha \lambda^3_{|i|}, ..., x^{|i|}_\alpha \lambda^m_{|i|}\}$, т.е. показатель эффективности экономического поведения каждого из m потребителей будет обусловлен значениями $f_1 = \sum_{i=1}^{n} \tilde{f}^i_1$, $f_2 = \sum_{i=1}^{n} f^i_2$, . . . , $f_m = \sum_{i=1}^{n} \tilde{f}^i_m$ соответственно. Очевидно, что с точки зрения экономики, вопрос эффективности поведения экономического субъекта сводится к вопросу минимизации затрат на удовлетворение потребностей личности. В случае учета влияния психологических факторов на поведение экономического субъекта, значения f^i_α, участвующие в выражении функции полезности $U(x_\alpha) = \sum_{i=1}^{n} f^i_\alpha p_i$, следует рассматривать как величины, обусловленные психофизиологическими характеристиками личности. Это означает, что в моделях лотерей $[(f^1_\alpha, p_1);(f^2_\alpha, p_2);...;(f^n_\alpha, p_n)]$, где ($\alpha = \overrightarrow{1,m}$), вероятности p_i проявления значений функций издержек f^i_α, которые получатся в результате экспериментов, будут обусловлены психологическими факторами.

3. На основании вышеизложенного можно сделать вывод, что понятие «сбалансированное рациональное экономическое поведение человека» с точки зрения психологии является относительным понятием, так как оно не обусловлено только экономическими факторами. Это, в свою очередь, означает, что в моделях подсчета экономических расходов значения функций полезности следует рассматривать как величины, которые определяются не только экономическими факторами, но также психофизиологическими характеристиками личности. Для выявления закономерностей в поведении экономических субъектов, находящихся под влиянием последних, возникает необходимость проведения научных экспериментов, что позволит определить преобладание основных психологических доминирующих характеристик в разных социальных группах.

Ключевые слова: экономическое поведение, показатели рациональности, психологические факторы, моделирование, линейное пространство.

MATHEMATICAL MODEL OF COMMODITY-MONEY SPACE AND ITS APPLICATION IN PSYCHOLOGICAL RESEARCH OF ECONOMIC BEHAVIOR

K. Voskanyan

ABSTRACT

1. Issues related to economic behavior have long gone beyond the scope of economic research and have become the subject of interdisciplinary research. There are many experimental studies in this area and in the field of psychology, confirming the influence of psychological factors on economic behavior. With the help of mathematical methods, various socio-psychological models of economic behavior are built that are conditioned by the psychophysiological characteristics of the individual and social factors. The indicators of the effectiveness of these models are identified on the basis of which the mechanisms of economic management are developed.

According to research in experimental psychology, when choosing under conditions of risk, economic subjects are guided not only by cognitive, but also by affective motives, which can lead to ineffective manifestations of economic behavior. Within the institutional and evolutionary economic trends, an opinion has been formed that the behavior of an economic entity is not always accompanied by the search for effective solutions aimed at maximizing income, since acting under the influence of habits, emotions, restrictions of legal institutions, it is often im’’\?’’possible to make an absolutely effective decision. In this context, studies are carried out, the aim of which is to identify psychological patterns manifested in the economic behavior of a person and based on his personal and ethnopsychological characteristics.

2. When modeling economic behavior in experimental psychology, pschologists use such mathematical concepts as “risk perspective ” $[(x_1, p_1);(x_2, p_2);...;(x_n, p_n)]$ and utility function $U(x)=\sum_{i=1}^{n}u(x_i)p_i$, where x_i are the possible outcomes of the prospects, $u(x_i)$ is the usefulness of the i-th perspective, and p_i are the probabilities of the prospects satisfying the condition $\sum_{i=1}^{n}p_i=1$. Using the utility function, indicators of the effectiveness of economic behavior are calculated.

The article discusses the mathematical model of commodity-money space, which is built using the cost function, and its possible application is considered in studies of the economic behavior of a person, conditioned by psychological factors.

For the linear space of goods $A^n=\{x=(x^1, x^2,..., x^n)\}$ with a base, $\{e_i\}_{\overline{1,n}}$ where e_1, $e_2,\ldots,e_n$ are unit vectors of goods, and x^i

$(i=\overrightarrow{1,n})$ are the corresponding volumes of these goods, the cost function is constructed

$$f(x) = x^1\lambda_1 + x^2\lambda_2 + \cdots + x^n\lambda_n = \sum_{i=1}^{n} x^i\lambda_i = x^i\lambda_i\,, \tag{1}$$

where $\lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n\}$ is the vector of commodity prices. For the space of goods A^n its conjugate space $\widetilde{A}^n$ is constructed, which is called the space of prices. The value of the cost function $\lambda^i x_l$, determined by formula (1), can be viewed as the scalar product $\langle x, \lambda\rangle$ of vectors $x = x^i e_i$ and $\lambda = \lambda_i f^i$. Thus, between objects of spaces A^n and $\widetilde{A}^n$, in a natural way an operation $\varphi(x, f)$ is defined, which assigns a numerical value $\lambda^i x_l$ to each vector $x \in A^n$ and covector $f \in \widetilde{A}^n$, according to the functional law (1). This operation satisfies the conditions

$$\begin{gathered}\phi(x+y, f) = \langle x+y, \lambda\rangle = (x^i + y^i)\lambda_i = x^i\lambda_i + y^i\lambda_i = \\ = \langle x,\lambda\rangle + \langle y,\lambda\rangle = \phi(x, f) + \phi(y, f)\end{gathered}, \tag{2}$$

$$\begin{gathered}\phi(\alpha x, f) = \langle \alpha x, \lambda\rangle = (\alpha x^i)\lambda_i = \\ = \alpha(x^i\lambda_i) = \alpha\langle x,\lambda\rangle = \alpha\phi(x, f)\end{gathered},$$

(3)

$$\begin{gathered}\phi(x, f_1 + f_2) = \langle x, f_1 + f_2\rangle = x^i(\lambda_i^1 + \lambda_i^2) = \\ = x^i\lambda_i^1 + x^i\lambda_i^2 = \langle x, \lambda^1\rangle + \langle x, \lambda^2\rangle = \phi(x, f_1) + \phi(x, f_2)\end{gathered}, \tag{4}$$

$$\begin{gathered}\phi(x, \alpha f) = \langle x, \alpha f\rangle = x^i(\alpha\lambda_i) = \\ = \alpha(x^i\lambda_i) = \alpha\langle x,\lambda\rangle = \alpha\phi(x, f)\end{gathered}, \tag{5}$$

whence it follows that the canon $\varphi(x, f) = \langle x, \lambda\rangle$ defines a bilinear form, which assigns number $x^i\lambda_i$ to each pair of vectors *x* and *f*. It is shown that the coefficients φ_i^j of the bilinear form $\varphi = \varphi(x, f) = \varphi(x^i e_i, \lambda_j f^j) = x^i\lambda_j\varphi(e_i, f^j) = \varphi_i^j x^i\lambda_j$ are elements of space $A^n \otimes \widetilde{A}^n$, which is called commodity-money space.

Further, all possible values of costs $f_\alpha(x_\alpha) = \langle x_\alpha, \lambda^\alpha\rangle = x^i_{|\alpha|}\lambda_i^{|\alpha|}$ of m consumers ($\alpha = \overrightarrow{1,m}$, $i = \overrightarrow{1,n}$) are considered. The minimum value of the consumer's costs α will be $f_\alpha = \sum_{i=1}^{n} \widetilde{f}_\alpha^{\,i}$, where $\widetilde{f}_\alpha^{\,i} = \min\{x_\alpha^{|i|}\lambda^1_{|i|}, x_\alpha^{|i|}\lambda^2_{|i|}, x_\alpha^{|i|}\lambda^3_{|i|}, ..., x_\alpha^{|i|}\lambda^m_{|i|}\}$, i.e. the indicator of the efficiency of the economic behavior of each m of the consumers will be determined by the values $f_1 = \sum_{i=1}^{n} \tilde{f}_1^i$, $f_2 = \sum_{i=1}^{n} f_2^i$,..., $f_m = \sum_{i=1}^{n} \tilde{f}_m^i$ respectively. Obviously, from the point of view of economics, the question of the effectiveness of the behavior of an economic agent is reduced to the question of minimizing the cost of meeting the needs of the individual. In case of taking into account the influence of psychological factors on the behavior of an economic entity, the values f_α^i involved in the expression of the utility function $U(x_\alpha) = \sum_{i=1}^{n} f_\alpha^i p_i$ should be considered as values determined by the psychophysiological characteristics of the individual. This means that in lottery models $[(f_\alpha^1, p_1);(f_\alpha^2, p_2);...;(f_\alpha^n, p_n)]$, where ($\alpha = \overrightarrow{1, m}$), the probabilities of p_i manifestation of the values of the cost functions f_α^i, which are obtained as a result of experiments, will be determined by psychological factors.

3. Based on the above-mentioned, we can conclude that the concept of "balanced rational economic behavior of a person" from the point of view of psychology is a relative concept, since it is not determined only by economic factors. This, in its turn, means that in models for calculating economic costs, the values of utility functions should be considered as values that are determined not only by economic factors, but also by the psychophysiological characteristics of the individual. To identify patterns in the behavior of economic agents under the influence of the latter, it becomes necessary to conduct scientific experiments, which will determine the prevalence of general psychological dominant characteristics in different social groups.

Keywords: economic behavior, indicators of rationality, psycho-logical factors, modeling, linear space.