28

"ՀԱՍՏԱՏՈՒՄ ԵՄ"

ՀՀ ԳԱԱ Մաթեմատիկայի

ինստիտուտի տնօրեն

Գ. Ա. Կարագուլյան

25 նոյեմբեր, 2021թ.

Դավիթ Սահակի Ռսկանյանի
``Հանրահաշվական կորերի և n-անկախ բազմությունների վերաբերյալ'' վերնագրով

Ա 01.07 "Հաշվողական մաթեմատիկա" մասնագիտությամբ ֆիզիկա-մաթեմատիկական գիտությունների թեկնածուի գիտական աստիճանի հայցման ատենախոսության մասին

ԱՌԱՋԱՏԱՐ ԿԱԶՄԱԿԵՐՊՈՒԹՅԱՆ ԿԱՐԾԻՔ

Դ. Ս. Ռսկանյանի աշխատանքը նվիրված է երկու հանրահաշվական կորերի հատման կետերի, n-անկախ բազմությունների, ինչպես նաև տրված n-անկախ կետերով անցնող հանրահաշվական կորերի չափողականության ուսումնասիրմանը:

Ատենախոսությունը բաղկացած է ներածությունից, հինգ գլխից, ամփոփումից և գրականության ցանկից:

Ներածությունում ձևակերպվում են ատենախոսության հիմնական խնդիրները, նպատակները: Բերվում է աշխատանքի համառոտ բովանդակությունը: Այնուհետև նկարագրվում են ստացված արդյունքները:

Առաջին գլուխը վերաբերում է միջարկման խնդրին, n-անկախ, n-ճշգրիտ բազմություններին և մաքսիմալ հանրահաշվական կորերին: Ներկայացվում է մեկ փոփոխականի միջարկման դասական խնդիրը, որի լուծման երկու հիմնական մեթոդները տրվել են Լագրանժի և Նյուտոնի կողմից:

Մեկ փոփոխականի բազմանդամային միջարկման դեպքում խնդրիը ճշգրիտ է հանգույցների կամայական բազմության համար, այն պայմանով, որ հանգույցների քանակը հավասար է բազմանդամային տարածության չափողականությանը: Պարզվում է, որ բազմաչափ բազմանդամային միջարկման դեպքում խնդրի ճշգրտությունը կախված է ոչ միայն հանգույցների քանակից, այլ նաև դրանց երկրաչափական փոխդասավորությունից: Հետևաբար, բազմաչափ բազմանդամային միջարկման տեսության մեջ կարևորագույն հարցերից է հանգույցների այնպիսի դիրքերի բնութագրումը, որի համապատասխան միջարկման խնդիրն ունի միակ լուծում:

Երկու փոփոխականի բազմանդամային միջարկման տեսության մեջ n-ճշգրիտ է կոչվում հանգույցների այն բազմությունը, որով և n աստիճանի բազմանդամներով միջարկման խնդիր միակորեն լուծելի է, իսկ n-անկախ է կոչվում այն բազմությունը, որով և n աստիճանի բազմանդամներով միջարկման խնդիրը լուծելի է, ոչ պարտադիր միակորեն:

Երկրորդ գլխում ներկայացում են n-ճշգրիտ հանգույցների համակարգերի հայտնի կաևոր կոնստրուկցիաները` Բերզոլարի - Ռադոնի, Չանգ-Յաոյի ինչպես նաև Նյուտոնի գլխավոր ցանցը: Ներկայացվում են նաև GC_n բազմությունները և Գասքա -Մաեզթուի հայտնի վարկածը:

Հաջորդ երեք գլուխներում ներկայացվում են ատենախոսության երեք հիմնական արդյունքները:

Հանրահաշվական երկրաչափության մեջ հայտնի են երկու դասական արդյունքներ, այն է Նյոթերի թեորեմը և Քելի-Բախարախի թեորեմը, որոնք նկարագում են երկու հանրահաշվական կորերի հատման կետերի կարևոր հատկությունները, այն դեպքում երբ հատման կետերը ունեն պարզ պատիկություններ այսինքն տրանսվերսալ են:

Ատենախոսության առաջին խնդիրը որոշ իմաստով հակադարձ է վերը նշված երկու արդյունքներին: Այն է, գտնել անհրաժեշտ և բավարար պայմաններ, որպեսզի տրված mn հզորությամբ $\mathcal{X}$ հանգույցների բազմությունը հանդիսանա համապատասխանաբար m և n աստիճանի երկու կորերի հատման կետերի բազմություն: Այլ խոսքով, որպեսզի նշված $\mathcal{X}$ բազմությունը հանդիսանա երկու` m և n աստիճանի բազմանդամային հավասարումներից բաղկացած համակարգի լուծումների բազմություն:

Դիցուք $\kappa := \kappa(m, n) := m + n - 3$:

Առաջին հիմնական արդյունքի ձևակերպումը հետևյալն է՝

Թեորեմ 1 *$\mathcal{X}$ բազմությունը, որտեղ $\#\mathcal{X} = mn$, $m \leq n$, հանդիսանում է համապատասխանաբար m և n աստիճանի կորերի հատման կետերի բազմություն այն և միայն այն դեպքում, երբ տեղի ունեն հետևյալ երկու պայմանները՝*
ա) κ աստիճանի ցանկացած հարթ կոր, որը պարունակում է $\mathcal{X}$-ի բոլոր հանգույցները, բացի մեկից, պարունակում է ամբողջ $\mathcal{X}$-ը,
բ) m-ից ցածր աստիճանի ոչ մի կոր չի պարունակում ամբողջ $\mathcal{X}$-ը:

Նշենք, որ ա) պայմանի անհրաժեշտությունը հետևում է Քելի-Բախարախի թեորեմից, իսկ բ) պայմանի անհրաժեշտությունը հետևում է Նյոթերի թեորեմից:

Նշենք նաև, որ թեորեմում նշված երկու պայմանները կարելի է մեկնաբանել նաև հետևյալ կերպ.

ա) պայմանը նշանակում է, որ $\mathcal{X}$ բազմութունը էապես κ-կախյալ է,

բ)-ն նշանկում է, որ $\mathcal{X}$ բազմությունը պարունակում է $(m-1)$-ճշգրիտ ենթաբազմություն:

Հաջորդ հիմնական արդյունքը վերաբերում է n-կախյալ բազմությունների բնութագրմանը սանդղակով, որի առաջին երեք դեպքերը բազմանդամային միջարկման տեսությունում հայտնի արդյունքներ են:

Թեորեմ 2 *Դիցուք $\mathcal{X}$-ը հանգույցների բազմություն է և $\#\mathcal{X} \leq m(\kappa - m + 3) - 1$, որտեղ $m \leq \frac{\kappa+3}{2}$: Այդ դեպքում $\mathcal{X}$-ը κ-կախյալ է այն և միայն այն դեպքում, երբ գոյություն ունի այնպիսի r, $1 \leq r \leq m-1$, թիվ և այնպիսի էապես κ-կախյալ $\mathcal{Y} \subset \mathcal{X}$, $\#\mathcal{Y} \geq r(\kappa - r + 3)$, ենթաբազմություն, որ $\mathcal{Y}$ բազմությունն ընկած է որևէ r աստիճանի կորի վրա և ընկած չէ որևէ այլ, r-ից ցածր աստիճանի կորի վրա:*
Ավելին, եթե $\#\mathcal{Y} = r(\kappa - r + 3)$, ապա $\mathcal{Y}$ բազմությունը հանդիսանում է երկու՝ r և $\kappa - r + 3$ աստիճանի կորերի հատման կետերի բազմություն:

Նշենք, որ վերը նշված երեք արդյունքները հանդիսանում են այս թեորեմի մասնավոր դեպքեր, երբ $m = 1, \dots, 4$, և կարևոր դեր են կատարում Գասքա-Մաեզթուի վարկածի ուսումնասիրման մեջ:

Ատենախոսությունում ուսումնասիրված երրորդ խնդիրը վերաբերում է n-անկախ հանգույցներով անցնող հարթ հանրահաշվական կորերի գծային բազմության չափողականությանը:

Թեորեմ 3 *Դիցուք $\mathcal{X}$-ը $d(n,k-3)+3$ հանգույցների n-անկախ բազմություն է, որտեղ $4 \leq k \leq n-1$: Այդ դեպքում $\mathcal{X}$-ով կարող են անցնել ամենաշատը յոթ հատ $\leq k$ աստիճանի գծորեն անկախ կորեր: Ավելին՝ $\mathcal{X}$ բազմության համար գոյություն ունեն յոթ այդպիսի կորեր այն և միայն այն դեպքում, երբ $\mathcal{X}$ բազմության բոլոր հանգույցները բացի երեքից ընկած են $k-3$ աստիճանի մաքսիմալ կորի վրա:*

Նշենք, որ նախորդ արդյունքները որոնք վերաբերում են $d(n,k-1)+1$, $d(n,k-2)+2$ հանգույցներով բազմություններին, պատկանում են Հ. Հակոբյանին և Ս. Թորոյանին, Հ. Հակոբյանին և Հ. Քլոյանին, համապատասխանաբար:

Ասում ենք, որ $\mathcal{X}$ n-ճշգրիտ բազմության A հանգույցը օգտագործում է տրված ℓ ուղիղը, եթե ℓ-ը բաժանում է A հանգույցի ֆունդամենտալ բազմանդամը:

Թեորեմ 3-ից ստացվում է երկու փոփոխականի բազմանդամային միջարկման տեսությանը վերաբերող հետևյալ հետաքրքիր արդյունքը.

Հետևանք 4 *Դիցուք $\mathcal{X}$-ը հանգույցների n-ճշգրիտ բազմություն է, իսկ ℓ-ն ուղիղ է, որն անցնում է այդ բազմության ճիշտ 5 հանգույցներով: Այդ դեպքում ℓ-ը կարող է օգտագործվել $\mathcal{X}$ բազմության ամենաշատը տասը հանգույցների կողմից: Ավելին, եթե ℓ-ն օգտագործ-վում է $\mathcal{X}$ բազմության գոնե յոթ հանգույցների կողմից, ապա այն օգտագործվում է ճիշտ տասը հանգույցների կողմից:*

Նշենք, որ նախորդ արդյունքները որոնք վերաբերում են ճիշտ $2, 3$ և 4 հանգույցներով ուղիղների օգտագործմանը, պատկանում են Խ. Քարնիսերին և Մ. Գասքային, Հ. Հակոբյանին և Ս. Թորոյանին, Հ. Հակոբյանին և Հ. Քլոյանին, համապատասխանաբար:

Աշխատանքում ուշադրության արժանի թերություններ չեն նկատվել:

Ներկա ատենախոսությունը ավարտուն գիտական հետազոտություն է երկու փոփոխականի բազմանդամային միջարկման բնագավառում: Հեղինակին հաջողվել է լուծել մի շարք կարևոր և դժվարին խնդիրներ:

Աշխատանքում ստացված հիմնական արդյունքները հրապարակված են 3 հոդվածներում և 1 միջազգային գիտաժողովի թեզիսում: Հոդվածները տպագրված են ազդեցության գործակից ունեցող ամսագրերում: Սեղմագիրն ամբողջությամբ արտացոլում է ատենախոսության բովանդակությունը:

Աշխատանքը բավարարում է ՀՀ ԲՈԿ-ի կողմից թեկնածուական ատենախոսություններին ներկայացվող պահանջներին, իսկ հեղինակը, Դավիթ Սահակի Ռսկանյանը, անկասկած արժանի է Ա 01.07 "Հաշվողական մաթեմատիկա" մասնագիտությամբ ֆիզիկա-մաթեմատիկական գիտությունների թեկնածուի գիտական աստիճանի շնորհմանը:

Աշխատանքի քննարկմանը ներկա են եղել բաժնի հետևյալ աշխատակիցները. ֆ.մ.գ.դ. Գ. Կարագուլյանը, ֆ.մ.գ.դ. Ա. Սահակյանը, ֆ.մ.գ.դ. Հ. Հակոբյանը, ֆ.մ.գ.թ. Ս. Աղեկյանը և ֆ.մ.գ.թ. Լ. Խաչատրյանը:

ՀՀ ԳԱԱ Մաթեմատիկայի
ինստիտուտի Իրական բաժնի
գլխավոր գիտաշխատող Ա. Ա. Սահակյան

25 նոյեմբեր, 2021թ