

ՊԱՇՏՈՆԱԿԱՆ ԸՆԴԴԻՍԱԽՈՍԻ

ԿԱՐԾԻՔ

Սահակյան Ալբերտ Խաչիկի «Գրաֆների միջակայքային ներկումներ նախապես տրված սահմանափակումներով» թեմայով Ա.01.09 «Մաթեմատիկական կիրենետիկա և մաթեմատիկական տրամաբանություն» մասնագիտությամբ ֆիզիկամաթեմատիկական գիտությունների թեկնածուի գիտական աստիճանի հայցման համար ներկայացված ատենախոսության վերաբերյալ

Ալբերտ Խաչիկի Սահակյանի ատենախոսությունը նվիրված է ինչպես գրաֆների միջակայքային ներկումներին, այնպես էլ գրաֆների ցուցակային ներկումներին: Միջակայքային կողային ներկումները սահմանվել են Ա. Հասրաթյանի և Ռ. Քամայանի կողմից 1987 թվականին «պատուհան» չունեցող դասացուցակների գոյության և կառուցման խնդիրների հետազոտման նպատակով: Հետագայում բազմաթիվ հետազոտություններ են կատարվել այդ թեմայի շուրջ տարբեր հեղինակների կողմից: Գրաֆների ցուցակային ներկումները այնպիսի ճիշտ զագաթային ներկումներ են, երբ յուրաքանչյուր զագաթի գույնը ընտրվում է թույլատրելի գույների ցուցակից: Այն ներմուծվել է 1970-ական թվականներին Վիզինգի և Էրոյոշի, Ռուբինի, Թեյլորի կողմից: Այս թեմայի շրջանակներում կատարվել են բազմաթիվ հետազոտություններ, ապացուցվել են հետաքրքիր արդյունքներ և ձևակերպվել են բազմաթիվ բաց խնդիրներ, որոնք դեռևս մնում են չլուծված: Այս ատենախոսությունում հեղինակի կողմից հիմնականում դիտարկվել է գրաֆների միջակայքային և ցուցակային ներկումների համադրությունը, այսպես օրինակ՝ ատենախոսությունում հետազոտվել են միջակայքային ներկումները նախապես տրված սահմանափակումներով, որտեղ սահմանափակումները դրվում են ինչպես գրաֆի զագաթների կամ կողերի վրա, այնպես էլ սպեկտրների վրա: Ատենախոսությունում դիտարկվում է յոթ հիմնական խնդիր գրաֆների որոշ դասերի համար, որոնցից են. ծառեր, ցիկլերով ծառեր, լարերով ցիկլեր, կակտուսներ, երկկողմանի կակտուսներ, լրիվ և լրիվ երկկողմանի գրաֆներ, բլոկների գրաֆներ: Յուրաքանչյուր խնդրի և գրաֆի դասի համար հեղինակը կամ փորձում է տալ բազմանդամային ժամանակում աշխատող ալգորիթմ, կամ ապացուցել այդ խնդրի NP-լրիվությունը:

Ատենախոսությունը բաղկացած է ներածությունից և երեք գլուխներից: Դիտարկվում են ոչ կողմնորոշված, առանց օղակների և պատիկ կողերի վերջավոր գրաֆներ: Առաջին գլխում տրվում են ընդհանուր բնույթի արդյունքներ՝ դիտարկված յոթ հիմնական խնդիրների համար, և դիտարկվում են այդ խնդիրները ծառերի համար: Երկրորդ գլխում հետազոտվում են դիտարկված յոթ հիմնական խնդիրները ցիկլերի հատուկ կառուցվածք ունեցող գրաֆների համար (ցիկլերով ծառեր, լարերով ցիկլեր, կակտուս գրաֆներ): Երրորդ գլխում դիտարկվում են այդ խնդիրները լրիվ, լրիվ երկկողմանի և բլոկների գրաֆների համար: Կողերի վրա տրված սահմանափակումների դեպքում միջակայքային կողային ներկում գտնելու խնդրի

համար տրվել են բազմանդամային ալգորիթմներ ծառերի և ցիկլերով ծառերի դեպքում, և ապացուցվել է այդ խնդրի NP-լրիվությունը կակտուս գրաֆների դեպքում, ինչը տալիս է որոշակի պատկերացում գրաֆների դասի սահմանի մասին, որտեղ բազմանդամային լուծելին դառնում է NP-լրիվ:

Որպես ատենախոսության հիմնական արդյունքներ անհրաժեշտ են համարում թվարկել հետևյալ արդյունքները.

1. Նախապես տրված սահմանափակումներով միջակայքային կողային ներկում գտնելու խնդիրների համար.
  - a. Երբ սահմանափակումները դրվում են կողերի վրա՝ տրվել են ծառերի, ցիկլերով ծառերի, լարերով ցիկլերի համար այդպիսի ներկում գտնող բազմանդամային ալգորիթմներ և ապացուցվել է այդ խնդրի NP-լրիվությունը լրիվ, լրիվ երկկողմանի, բլոկների և կակտուս գրաֆների համար:
  - b. Երբ սահմանափակումները դրվում են գագաթների վրա՝ ապացուցվել է այդ խնդրի NP-լրիվությունը կակտուս և բլոկների գրաֆների համար և տրվել է  $K_{n,m}$  լրիվ երկկողմանի գրաֆների ենթադասի համար (երբ  $n$ -ը և  $m$ -ը փոխադարձաբար պարզ են) այդպիսի ներկում գտնող բազմանդամային ալգորիթմ:
  - c. Երբ սահմանափակումները դրվում են սպեկտրների վրա՝ տրվել են ծառերի և կակտուս գրաֆների համար այդպիսի ներկում գտնող բազմանդամային ալգորիթմներ:
2. Տրվել է կակտուս գրաֆների համար միջակայքերով գագաթային ներկում գտնող բազմանդամային ալգորիթմ, երբ սահմանափակումները գագաթների վրա են:
3. Ցուցակային գագաթային ներկումների համար տրվել է այդպիսի ներկում գտնող բազմանդամային ալգորիթմ բլոկների գրաֆների դեպքում, ինչպես նաև ապացուցվել է այդպիսի ներկման գոյության խնդրի NP-լրիվությունը լրիվ երկկողմանի գրաֆների դեպքում:
4. Չույզ բլոկների գրաֆների համար (երբ ամեն բլոկ ունի զույգ քանակությամբ գագաթներ) տրվել է միջակայքային կողային ներկում գտնող ալգորիթմ և գույների նվազագույն քանակի հասանելի վերին գնահատական:

Ատենախոսությունն ունի նաև որոշ թերություններ: Աշխատանքում կան նշանակումների հետ կապված որոշ թերություններ, օրինակ՝ ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարի հայտնի նշանակումների փոխարեն  $((n, m)$  կամ  $\gcd(n, m)$ ) հեղինակի կողմից օգտագործվում է  $\sigma(n, m)$ ,  $C_k$ -ով նշանակված է  $k$ -ցիկլ կակտուսների դասը, սակայն գրաֆների տեսությունում այդ նշանակումը օգտագործվում է  $k$  գագաթանի ցիկլի համար,  $I_k$ -ով նշանակված է 1-ից  $k$  բնական թվերի բազմությունը, որը սովորաբար նշանակում են  $[k]$ -ով, և այլն: Աշխատանքը ունի ալգորիթմական բնույթ, այդ իսկ պատճառով ատենախոսությունում հիմնականում գերակշռում են ալգորիթմները և NP-լրիվությունների ապացույցները, և միայն մի դեպքում է դիտարկվում անհրաժեշտ և բավարար պայման գտնելու խնդիր: Ատենախոսությունում ստացված մի քանի թեորեմներ ոչ բացահայտ հետևում են այլ հեղինակների արդյունքներից և կարծում են այդ արդյունքները կարելի էր ձևակերպել որպես պնդումներ, օրինակ՝ Թեորեմ 1.1.12-ը հետևում է շույերի խորանարդ գրաֆների

քրոմատիկ ինդեքսի մասին հայտնի արդյունքից: Համարում եմ, որ նկատված թերությունները չեն նսեմացնում աշխատանքի արժեքը: Մահակյան Ալբերտը հրապարակել է 8 գիտական աշխատանք, որոնց հիմնական արդյունքները արտացոլված են ատենախոսության մեջ: Սեդմագիրը համապատասխանում է ատենախոսության բովանդակությանը:

Աշխատանքի հիմնական արդյունքները նոր են և շարադրված են հստակ մաթեմատիկական լեզվով:

Ատենախոսությունը լիովին համապատասխանում է Ա.01.09 «Մաթեմատիկական կիրառություններ և մաթեմատիկական տրամաբանություն» մասնագիտությանը:

Սկզբնաղբյուրները հեղինակի կողմից օգտագործված են ճիշտ, ատենախոսության տեքստում գրականության հղումները կատարված են ճշգրիտ, նպատակային կերպով:

Ատենախոսությունն իրենից ներկայացնում է ամբողջական գիտական աշխատանք, որը լիովին բավարարում է ՀՀ Բարձրագույն Որակավորման Կոմիտեի կողմից թեկնածուական ատենախոսությունների նկատմամբ ներկայացվող բոլոր պահանջներին, իսկ նրա հեղինակն արժանի է ֆիզիկամաթեմատիկական գիտությունների թեկնածուի գիտական աստիճանի շնորհմանը:

Պաշտոնական ընդդիմախոս,  
Ֆիզ.-մաթ. գիտ. թեկնածու՝

Պ.Ա. Պետրոսյան

Ստորագրությունը հաստատում է  
ԵՊՀ գիտական քարտուղար



Լ. Հովսեփյան

22 դեկտեմբեր 2021թ.