23

«ՀԱՍՏԱՏՈՒՄ ԵՄ»

ԱԴՈԲ ԴԵՎԵԼՈՓՄԵՆԹ ԱՐՄ

տեխնիկական տնօրեն

Ա. Է. Բաբայան

1-ը դեկտեմբերի, 2021թ.

ԿԱՐԾԻՔ
պաշտոնական ընդիմախոսի

Ա 01.07 «Հաշվողական Մաթեմատիկա» մասնագիտությամբ ֆիզիկա-մաթեմատիկական գիտությունների թեկնածուի գիտական աստիճանի հայցման ներկայացված Դավիթ Սահակի Ոսկանյանի «Հանրահաշվական կորերի և n-անկախ բազմությունների վերաբերյալ» թեմայով ատենախոսության մասին

Դ. Ս. Ոսկանյանի ատենախոսությունը նվիրված է երկու փոփոխականի բազմանդամային միջարկմանը առնչվող մի քանի խնդիրների ուսումնասիրմանը: Բազմանդամային միջարկումը հաշվողական մաթեմատիկայի և մոտարկումների տեսության կարևոր բաժիններից է: Այն կիրառվում է այնպիսի մաթեմատիկական խնդիրների մոտավոր լուծման մեջ ինչպիսիք են քառակուսման և խորանարդման բանաձևերը, թվային դիֆերենցման բանաձևերը, ոչ-գծային հավասարումները և համակարգերը , դիֆերենցիալ և մասնական ածանցյալներով հավասարումները և այլն: Միաչափ միջարկման խնդիրը սկիզբ է առել Նյուտոնի և Լագրանժի աշխատանքներից: Փոխարենը բազմաչափ բազմանդամային միջարկումը ըստ էության ուսումնասիրվել է միայն վերջին չորս - հինգ տասնամյակում: Բազմաչափ դեպքում, ի տարբերություն միաչափի, միջարկման խնդրի լուծման գոյությունը և միակությունը կախված են հանգույցների փոխդասավորությունից: Միակորեն լուծելիության

24

խնդիրը շատ արդիական է նաև հանրահաշվական երկրաչափության մեջ: Այն հանգում է տրված հանգույցներով անցնող որոշակի աստիճանի հանրահաշվական կորերի գոյությանը:

Աշխատանքում հեղինակը ուսումնասիրում է երկու հանրահաշվական կորերի հատման կետերի բազմությունը, n-անկախ և կախյալ բազմությունները, ինչպես նաև տրված n-անկախ կետերով անցնող հանրահաշվական կորերի գծային բազմության չափողականությունը, կախված հանգույցների դասավորությունից:

Ատենախոսությունը բաղկացած է ներածությունից, հինգ գլխից, ամփոփումից և գրականության ցանկից:

Ներածությունում հիմնավորվում է թեմայի արդիականությունը, ձևակերպվում են աշխատանքի հիմնական խնդիրները և նպատակները: Նկարագրվում են ստացված արդյունքները: Այնուհետև բերվում է աշխատանքի համառոտ բովանդակությունը:

Գլուխ 1-ը վերաբերում է մեկ և երկու փոփոխականի միջարկման խնդրին, n-անկախ, n-ճշգրիտ բազմություններին և մաքսիմալ հանրահաշվական կորերին:

Երկու փոփոխականի բազմանդամային միջարկման տեսության մեջ n-ճշգրիտ են կոչվում այն բազմությունները, որոնցով և n աստիճանի բազմանդամներով միջարկման խնդիրները միակորեն լուծելի են, իսկ n-անկախ են կոչվում այն բազմությունները, որոնցով և n աստիճանի բազմանդամներով միջարկման խնդիրները լուծելի են (ոչ-անհրաժեշտաբար միակորեն):

Գլուխ 2-ը ամբողջությամբ նվիրված է միջարկման համար ճշգրիտ բազմությունների կառուցման մեթոդների (կոնստրուկցիաների) ուսումնասիրությանը: Նկարագրված են Բերզոլարի-Ռադոնի, Չանգ-Յաոյի և Նյուտոնի (գլխավոր ցանց) կոնստրուկցիաները: Դիտարկվում են նաև GC_n բազմությունները և դրանց վերաբերյալ Գասքա-Մաեզթուի վարկածը:

Հաջորդ երեք գլուխներում բերվում են ատենախոսության հիմնական արդյունքները:

Առաջին հիմնական արդյունքը վերաբերում է երկու հանրահաշվական կորերի հատման կետերի բազմության բնութագրմանը, կամ որ նույնն է երկու բազմանդամային հավասարումների համակարգի լուծումների բազմության բնութագրմանը:

Այսինքն խնդիր է դրվել գտնել անհրաժեշտ և բավարար պայմաններ, որպեսզի տրված mn հզորությամբ X հանգույցների բազմությունը հանդիսանա համապատասխանաբար m և n աստիճանի երկու կորերի հատման կետերի բազմություն: Այլ խոսքով, որպեսզի նշված X բազմությունը հանդիսանա երկու m և n աստիճանի բազմանդամային հավասարումներից բաղկացած համակարգի լուծումների բազմություն:

Հանրահաշվական երկրաչափության մեջ հայտնի են Նյոթերի թեորեմը և Քեյլի-Բախարախի թեորեմը, որոնք վերաբերում են երկու հանրահաշվական կորերի հատման կետերի բազմությանը, այն դեպքում, երբ այդ կետերի քանակը մաքսիմալ է, այսինքն բոլոր կետերը ունեն պարզ պատիկություններ:

Առենախոսության առաջին խնդրի լուծումը հիմնված է վերը նշված երկու թեորեմների վրա:

Առաջին արդյունքի ձևակերպումը հետևյալն է՝

Թեորեմ. *$\mathcal{X}$ բազմությունը, որտեղ $\#\mathcal{X} = mn$, $m \leq n$, հանդիսանում է համապատասխանաբար m և n աստիճանի կորերի հատման կետերի բազմություն այն և միայն այն դեպքում, երբ տեղի ունեն հետևյալ երկու պայմանները՝*

ա) $\mathcal{X}$ բազմութունը էապես $(m+n-3)$-կախյալ է: Այլ խոսքով $\mathcal{X}$ բազմութան ոչ մի կետ չունի $\leq m+n-3$ աստիճանի Ֆունդամենտալ բազմանդամ,

բ) $\mathcal{X}$ բազմությունը ունի $(m-1)$-ճշգրիտ ենթաբազմություն:

Նշենք, որ ա) և բ) պայմանների անհրաժեշտությունը հետևում է Քեյլի-Բախարախի և Նյոթերի թեորեմներից, համապատասխանաբար:

Երկրորդ հիմնական արդյունքը վերաբերում է n-կախյալ բազմությունների բնութագրմանը սանդղակով, կախած բազմության հզորությունից: Այս բնութագրման առաջին երեք դեպքերը, երբ բազմության հզորությունը չի գերազանցում համապատասխանաբար $n+1, 2n+1$ և $3n$ թվերը, բազմանդամային միջարկման տեսությունում հայտնի արդյունքներ են: Առաջին դեպքը ապացուցվել է Սևերիի կողմից, երկրորդը՝ Էյսենբուդի, Գրինի, Հարիսի և երրորդը Հակոբյանի ու Մալինյանի կողմից:

Աշխատանքում տրվում է n-կախյալության ընդհանուր բնութագիր բազմություններին որոնց հզորությունը չի գերազանցում $m(n-m+3)-1$ թիվը, որտեղ $m = 1, 2, \ldots$:

Նշենք, որ վերը նշված երեք արդյունքները հանդիսանում են այս թեորեմի մասնավոր դեպքեր, երբ $m = 1, \ldots, 4$ և կարևոր դեր են կատարում Գասքա-Մաեզթուի վարկածի ուսումնասիրման մեջ:

Ատենախոսության երրորդ հիմնական խնդրում քննարկում է որոշակի քանակով n-անկախ հանգույցներով անցնող հանրահաշվական կորերի գծային բազմության չափողականությանը, կախված հանգույցների դասավորությունից:

Ապացուցվում է հետևյալը.

Թեորեմ. *Դիցուք $\mathcal{X}$-ը $d(n, k-3)+3$ հանգույցների n-անկախ* *բազմություն է, որտեղ $4 \le k \le n-1$: Այդ դեպքում X-ով կարող են անցնել ամենաշատը յոթ հատ $\le k$ աստիճանի գծորեն անկախ կորեր: Ավելին՝ X բազմության համար գոյություն ունեն յոթ այդպիսի կորեր այն և միայն այն դեպքում, երբ X բազմության բոլոր հանգույցները բացի երեքից ընկած են $k-3$ աստիճանի մաքսիմալ կորի վրա:*

Սա արդյունքների համանման շարքի երրորդ արդյունքն է: Նախորդ երկու արդյունքները վերաբերում են $d(n,k-1)+1$, $d(n,k-2)+2$ հանգույցներով բազմություններին և ապացուցվել են Հ. Հակոբյանի , Ս. Թորոյանի և Հ. Քլոյանի կողմից, համապատասխանաբար:

Ասելով, որ n-ճշգրիտ X բազմության A հանգույցը օգտագործում է տրված ℓ ուղիղը հասկանում են, որ A հանգույցի ֆունդամենտալ բազմանդամը բաժանվում է ℓ գծային բազմանդամի վրա:

Բերված թեորեմից հետևում է n-ճշգրիտ բազմության հանգույցների ֆունդամենտալ բազմանդամների հետևյալ անսպասելի հատկությունը.

Հետևանք. *Դիցուք X-ը հանգույցների n-ճշգրիտ բազմություն է, իսկ ℓ-ն ուղիղ է, որն անցնում է այդ բազմության ճիշտ 5 հանգույցներով: Այդ դեպքում ℓ-ը կարող է օգտագործվել X բազմության ամենաշատը տասը հանգույցների կողմից: Ավելին, եթե ℓ-ն օգտագործ-վում է X բազմության գոնե յոթ հանգույցների կողմից, ապա այն օգտագործվում է ճիշտ տասը հանգույցների կողմից: Բացի այդ, եթե այն օգտագործվում է տասը հանգույցների կողմից, ապա այդ հանգույցները կազմում են 3-ճշգրիտ բազմություն: Վերջին դեպքում եթե X-ը GC_n բազմություն է, ապա տասը հանգույցները նույնպես կազմում են GC_3 բազմություն:*

Նշենք, որ ճիշտ 2 հանգույցով ուղիղների օգտագործման վերաբերյալ արդյունքը պատկանում է Խ. Քարնիսերին և Մ. Գասքային, ճիշտ 3 հանգույցով դեպքը՝ Հ. Հակոբյանին և Ս. Թորոյանին, իսկ ճիշտ 4 հանգույցով ուղիղների օգտագործման վերաբերյալ արդյունքը Հ. Հակոբյանին և Հ. Քլոյանին:

Աշխատանքում էական թերություններ չեն նկատվել:

Ներկա ատենախոսությունը, լինելով ավարտուն գիտական հետազոտություն, որոշակի ներդրում է երկչափ միջարկման բնագավառում: Հեղինակը լուծել է մի շարք կարևոր և դժվար խնդիրներ: Աշխատանքը ունի տեսական և կիրառական նշանակություն: Ստացված հիմնական արդյունքները հրապարակված են: Սեղմագիրն ամբողջությամբ արտացոլում է ատենախոսության բովանդակությունը:

Գտնում եմ, որ աշխատանքը բավարարում է ՀՀ ԲՈԿ-ի կողմից թեկնածուական ատենախոսություններին ներկայացվող պահանջներին, իսկ հեղինակը, Դավիթ Սահակի Ոսկանյանը, արժանի է Ա 01.07 "Հաշվողական մաթեմատիկա" մասնագիտությամբ ֆիզիկա-մաթեմատիկական գիտությունների թեկնածուի գիտական աստիճանի շնորհմանը:

Ընդդիմախոս
ֆ.-մ. գ. թ. Վ. Կ. Վարդանյան

1-ը դեկտեմբերի, 2021թ