

Директор Объединенного института
ядерных исследований
академик РАН, Г.В. Трубников



[Handwritten signature]
_____ 2022 г.

ОТЗЫВ

ведущей организации на диссертацию Аветисян Мане Ервандовны «Универсальность Вожеля и ее приложения», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02 - «теоретическая физика».

В диссертации М.Е.Аветисян рассматривается универсальность Вожеля и ее применения в теории Черна-Саймонса. Универсальность Вожеля - это новая глава в теории простых алгебр Ли, которая во многих случаях позволяет записать количественные характеристики простых алгебр и их представлений (размерности, квантовые размерности, объем группы), в виде аналитической функции на проективной плоскости параметров Вожеля. Результаты для конкретной алгебры соответствуют значениям этой функции в определенных точках плоскости, которые даются таблицей Вожеля. В физических калибровочных теориях поля с соответствующими алгебрами симметрий использование параметров Вожеля в определенных случаях позволяет записать универсальным образом (т.е. сразу для всех простых алгебр Ли) физические величины, такие как статсуммы, вильсоновские петли, цветовые факторы в корреляторах и т.д.. Таким образом, актуальность темы диссертации не вызывает сомнений.

Диссертация состоит из введения, четырех глав основного содержания, заключения, и списка литературы.

Во Введении обоснована актуальность темы, представлен круг задач, затронутых в диссертации, кратко изложено содержание работы, и перечислены результаты, выносимые на защиту.

Во второй главе диссертации представлены универсальные формулы для размерности и квантовой размерности двухпараметрической серии представлений – картановского произведения произвольных степеней присоединенного и X_2 представлений. Изучены свойства найденных выражений, проявляющиеся при перестановке параметров Вожеля. Показано, что соответствующие формулы дают (квантовые) размерности других представлений тех же алгебр Ли, по крайней мере

в стабильном пределе, для которого в явном виде приведены их старшие веса. Вычислены значения операторов Казимира на всех указанных представлениях, и показана их универсальность.

В третьей главе диссертации рассмотрена проблема сингулярностей универсальных квантовых размерностей, выведенных во второй главе. Сингулярности возникают при перестановке параметров Вожеля, во многих случаях. Введено важное понятие линейной разрешимости универсальных функций в точке сингулярности. Линейно разрешимые функции дают определенные конечные значения в своих точках сингулярности при ограничении на т.н. регулярные прямые. Показано, что все существующие универсальные функции линейно разрешимы во всех своих сингулярных точках. Сформулирована гипотеза, проверенная на частных случаях, что при ограничении на прямые, соответствующие алгебрам в точке сингулярности (а если таких прямых две, то на обе), полученные значения функций совпадают с (квантовыми) размерностями пространств неприводимых представлений соответствующих алгебр Ли.

В четвертой главе рассмотрена проблема единственности универсальных функций для квантовых размерностей, т.е. существует ли другая универсальная функция, которая в точках таблицы Вожеля дает те же значения, что и исходная. Введено понятие «фактора неединственности», который равен отношению двух таких функций, т.е. он равен единице в точках таблицы Вожеля. Для нахождения таких факторов введено геометрическое представление универсальных функций, фактически их визуализация. Показано, что при чуть более жестком требовании, чтобы фактор был бы равен единице на всей исключительной прямой, факторы неединственности, в частности, даются т.н. *конфигурациями точек и прямых*. С помощью результатов теории конфигураций найден фактор неединственности четвертого порядка, содержащий шесть свободных параметров. Поставлена задача нахождения полностью симметричного фактора, для которого нужно найти конфигурацию вида $(144_3, 36_{12})$.

В пятой главе рассмотрена статистическая сумма рафинированной теории Черна-Саймонса на трехмерной сфере. Целью исследования являлось обобщение существующего универсального выражения для статистической суммы нерафинированной теории. Предложено обобщение, которое обладает всеми необходимыми свойствами, в частности совпадает с известными выражениями в случае A и D алгебр, а также превращается в единицу при константе связи, равной нулю. Последнее свойство основано на обобщении тождества Каца-Петерсона для матрицы Картана на случай рафинированной теории. Далее выражение для статистической суммы, для каждой простой калибровочной группы, преобразовано в форму, аналогичную упомянутому универсальному выражению для статистической суммы нерафинированной теории Черна-Саймонса. В частности, известное ранее выражение для алгебр серий A и D распространено на все простые

алгебры Ли ADE серий. Это представление является исходным для изучения дуальности (теории Черна-Саймонса)/(топологические струны).

В Заключении перечислены результаты диссертации и отмечены направления дальнейших исследований.

Результаты, полученные в диссертации М.Е. Аветисян в области универсального представления алгебр Ли, можно квалифицировать как существенные достижения в классической области исследования структуры простых алгебр Ли. Это дало возможность значительно продвинуться в изучении непертурбативных данных в теориях Черна-Саймонса. В частности, существенно расширен список универсальных представлений, и изучены свойства универсальных формул в сингулярных точках. Компактные формулы, полученные для статистической суммы рафинированной теории Черна-Саймонса, существенно приближают нас к пониманию свойств ее дуальности с теорией (рафинированных) топологических струн. В качестве недостатка хотел бы отметить отсутствие в диссертации обсуждения вопроса о том, каким образом найденные в гл. 4 «факторы неединственности» могут упростить, или изменить форму, полученных в гл. 2 универсальных формул квантовой размерности. Этот недостаток однако не снижает ценности полученных в диссертации результатов.

Полученные результаты своевременно и в полной мере опубликованы в рецензируемых научных журналах с высоким импакт-фактором, докладывались на представительных международных конференциях и цитируются специалистами. Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

Диссертация «Универсальность Вожеля и ее приложения» удовлетворяет всем требованиям ВАК, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор, М.Е. Аветисян, несомненно заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02 – "теоретическая физика".

Отзыв рассмотрен и утвержден на заседании семинара "Современная математическая физика", ЛТФ им. Н.Н. Боголюбова, Объединенного института ядерных исследований, 31 мая 2022 г.

Отзыв составил заместитель директора ЛТФ им. Н.Н. Боголюбова, ОИЯИ
141980, г. Дубна, Московская область,
доктор физ.-мат. наук, профессор
Тел. +749621 63024, e-mail: isaevap@theor.jinr.ru
07.06.2022

А.П. Исаев

Директор ЛТФ им. Н.Н. Боголюбова, ОИЯИ доктор физ.-мат. наук,
профессор, член-корр. РАН

Д.И. Казаков