ԿԱՐԾԻՔ

Շանը Նավասարդյանի "Խմբի նկատմամբ որոշված հիպերխմբեր" ֆիզիկա-մաթեմատիկական գիտությունների թեկնածուի գիտական աստիճանի հայցման ատենախոսության մասին

Ատենախոսությունը նվիրված է խմբի նկատմամբ որոշված հիպերխմբերի ուսումնասիրությանը: Դիտարկվում են խմբի նկատմամբ որոշված ունիտար հիպերխմբերը, նրանց միջոցով ստացվում են բոլոր խմբի նկատմամբ որոշված հիպերխմբերը՝ իզոմորֆության ճշտությամբ: Ցույց է տրվում խմբի նկատմամբ որոշված հիպերխմբերի աքսիոմատիկ համակարգի անկախությունը: Ապացուցվում է նաև, որ որոշ մասնավոր դեպքերում աքսիոմներից մի քանիսը բխում են մյուսներից: Վերջինս թույլ է տալիս ստանալ խմբի և բազմության ճշգրիտ արտադրյալների կառուցման ալգորիթմ, ինչպես նաև Բելի տիպի թեորեմ՝ ձախ չեզոք տարրով աջ քվազիխմբերի համար: Ցույց է տրվում խմբի կատարելապես ստաբիլ և նորմալ ենթախմբերի հասկացությունների համարժեքությունը:

Ատենախոսության առաջին գլուխը նվիրված է խմբի նկատմամբ հիպերխմբի սահմանմանը, ինչպես նաև տրվում են մի շարք նախնական տեղեկություններ: Դիցուք G-ն խումբ է, H-ը նրա որևէ ենթախումբ է, M-ը G-ում H-ի որևէ աջ տրանսվերսալ, այդ դեպքում կամայական $a \cdot \alpha$, $a \cdot b \in G$ տարրերի համար, որտեղ $a, b \in M$, $\alpha \in H$, գոյություն ունեն միակ վերլուծություններ H-ից և M-ից տարրերի արտադրյալների միջոցով՝

- $a \cdot \alpha = {}^{a}\alpha \cdot a^{\alpha}$, ${}^{a}\alpha \in H$, $a^{\alpha} \in M$,
- $a \cdot b = (a,b) \cdot [a,b]$, $(a,b) \in H$, $[a,b] \in M$:

Հետևաբար կարելի է սահմանել հետևյալ գործողությունները.

- $\Phi: M \times H \to M$, $\Phi(a,\alpha) = a^{\alpha}$,
- $\Psi: M \times H \to H$, $\Psi(a,\alpha) = {}^{a}\alpha$,
- $\Xi: M \times M \to M$, $\Xi[a,b] = [a,b]$,
- $\Lambda: M \times M \to H$, $\Lambda(a,b) = (a,b)$.

Տեղի ունեն հետևյալ պայմանները.

- (P1) (M, Ξ)-ն ձախ չեզոք տարրով աջ քվազիխումբ է, այսինքն
  - (i) կամայական $[x, a] = b$ հավասարում ունի միակ լուծում,
  - (ii) գոյություն ունի այնպիսի $o \in M$ տարր, որ $[o, a] = a$ կամայական $a \in M$-ի համար:

- (P2) Φ-ն H խմբի գործողություն է M բազմության վրա, այսինքն
    - (i) $(a^{\alpha})^{\beta} = a^{\alpha \cdot \beta}$ կամայական $a \in M$, $\alpha, \beta \in H$ տարրերի համար,
    - (ii) $a^{\varepsilon} = a$ կամայական $a \in M$ տարրի համար, որտեղ ε-ը H խմբի չեզոք տարրն է:
- (P3) Կամայական $\alpha \in H$-ի համար գոյություն ունի $\beta \in H$ այնպիսին, որ $\alpha = {}^{o}\beta$.
- (P4) Տեղի ունեն հետևյալ նույնությունները.
    - (A1) ${}^{a}(\alpha \cdot \beta) = {}^{a}\alpha \cdot {}^{a^{\alpha}}\beta$,
    - (A2) $[a,b]^{\alpha} = [a^{{}^{b}\alpha}, b^{\alpha}]$,
    - (A3) $(a,b) \cdot {}^{[a,b]}\alpha = {}^{a}({}^{b}\alpha) \cdot (a^{{}^{b}\alpha}, b^{\alpha})$
    - (A4) $[[a,b],c] = [a^{(b,c)}, [b,c]]$
    - (A5) $(a,b) \cdot ([a,b],c) = {}^{a}(b,c) \cdot (a^{(b,c)}, [b,c])$

Սահմանում. Դիցուք M բազմության, H խմբի և արտապատկերումների $\Omega = (\Phi, \Psi, \Xi, \Lambda)$ համակարգի համար տեղի ունեն (P1) - (P4) պայմանները: Այդ դեպքում ասում ենք, որ M-ը H խմբի նկատմամբ որոշված հիպերխումբ է $\Omega = (\Phi, \Psi, \Xi, \Lambda)$ կառուցվածքային արտապատկերումների համակարգով: Այդ հիպերխումբը նշանակվում է M_H:

Խմբի նկատմամբ որոշված հիպերխմբերի իզոմորֆության հարաբերությունը սահմանվում է բնական ձևով:

Ատենախոսության երկրորդ գլուխը նվիրված է խմբի նկատմամբ որոշված ունիտար հիպերխմբերին, նկարագրվում է մեթոդ, որի միջոցով հնարավոր է ստանալ բոլոր հիպերխմբերը իզոմորֆության ճշտությամբ, երբ տրված են բոլոր ունիտար հիպերխմբերը՝ իզոմորֆության ճշտությամբ:

Ատենախոսության երրորդ գլխում ուսումնասիրվում են խմբի նկատմամբ որոշված հիպերխմբի աքսիոմները:

Թեորեմ: Խմբի նկատմամբ որոշված հիպերխմբերի (P1), (P2), (P3) և (P4)-ը կազմող (A1)-(A5) աքսիոմներից բաղկացած համակարգը անկախ է:

Պարզվում է, որ տեղի ունի նաև հետևյալ պնդումը:

Թեորեմ: Եթե տեղի ունեն (P1), (P2), (A2), (A4) պայմանները, Φ-ն էֆեկտիվ գործողություն է այնպիսին, որ $o^{\alpha} = o$ կամայական $\alpha \in H$, ապա տեղի ունեն (P3), (A1), (A3), (A5) պայմանները:

Վերջինս թույլ է տալիս կառուցել H խմբի ու M բազմության ճշգրիտ արտադրյալներ՝ ստուգելով ավելի քիչ պայմաններ՝ (P1), (P2), (A2), (A4)-ը: Հետևյալ արդյունքը ևս կարելի է ստանալ վերանշյալ թեորեմից.

Թեորեմ: Կամայական (M, Ξ) ձախ չեզոք տարրով աջ քվազիխմբի համար գոյություն ունեն H խումբ, Φ, Ψ, Λ արտապատկերումներ այնպիսին, որ տեղի ունեն (P1)-(P4) պայմանները:

Վերջինից բխում է Բեյլի տիպի թեորեմ ձախ չեզոք տարրով աջ քվազիխմբերի համար:

Ատենախոսության վերջին գլխում խմբի նկատմամբ որոշված հիպերխմբերի միջոցով ուսումնասիրվում է խմբի կատարելապես սառիկ ենթախմբի գաղափարը: Դիցուք G-ն խումբ է, H-ը նրա որևէ ենթախումբ է: Կասենք H-ը կատարելապես սառիկ է, եթե նրա կամայական M աջ տրանսվերսալի դեպքում համապատասխան (M, Ξ) ձախ չեզոք տարրով աջ քվազիխմբերն իրար իզոմորֆ են: Ապացուցվում է հետևյալ արդյունքը:

Թեորեմ: Ենթախումբը կատարելապես սառիկ է այն և միայն այն դեպքում, երբ այն նորմալ է:

Ատենախոսությունում՝ հեղինակի կողմից ստացված արդյունքները նոր են և տրվում են մանրամասն ապացույցներով, ներկայացվել են տարբեր գիտաժողովներում: Գտնում եմ, որ "Խմբի նկատմամբ որոշված հիպերխմբեր" ատենախոսությունը բավարարում է ԲՈԿ-ի ներկայացրած բոլոր պայմաններին, իսկ դրա հեղինակը՝ Տաթև Նավասարդյանը, արժանի է «Ա.01.06 Հանրահաշիվ և թվերի տեսություն» մասնագիտությամբ ֆիզիկա-մաթեմատիկական գիտությունների թեկնածուի գիտական աստիճանի հայցմանը:

ԵՊՀ մաթեմատիկայի և մեխանիկայի ֆակուլտետ

Ֆիզ.-մաթ. գիտ. թեկնածու Հ. Տ. Ասլանյան

Ամսաթիվ 30.06.23

Հ. Տ. Ասլանյանի ստորագրությունը հաստատում եմ.

ԵՊՀ գիտական քարտուղար

Հ. Հովհաննիսյան