ԿԱՐԾԻՔ

Տաթև Նավասարդյանի "Խմբի նկատմամբ որոշված հիպերխմբեր" ֆիզիկա-մաթեմատիկական գիտությունների թեկնածուի գիտական աստիճանի հայցման ատենախոսության մասին

Ատենախոսությունում ստացված արդյունքները վերաբերում են խմբի նկատմամբ որոշված հիպերխմբերի ուսումնասիրությանը տարբեր դիտանկյուններից: Քննարկվում է խմբի նկատմամբ որոշված հիպերխմբերի աքսիոմատիկ համակարգի անկախության հարցը: Հետազոտվում են նաև աքսիոմների միջև կապերը՝ տանելով դեպի խմբի և բազմության ճշգրիտ արտադրյալների կառուցման ալգորիթմին, ինչպես նաև Բելլի տիպի թեորեմի՝ ձախ չեզոք տարրով աջ կվազիխմբերի համար: Ցույց է տրվում խմբի կատարելապես ստաբիլ և նորմալ ենթախմբերի համակարգությունների համարժեքությունը:

Ատենախոսության առաջին գլխում տրվում է խմբի նկատմամբ հիպերխմբի սահմանումը և մի շարք նախնական տեղեկություններ: Դիցուք G-ն խումբ է, H-ը նրա որևէ ենթախումբ է, M-ը G-ում H-ի որևէ աջ տրանսվերսալ, այդ դեպքում կամայական $a \cdot \alpha$, $a \cdot b \in G$ տարրերի համար, որտեղ $a, b \in M$, $\alpha \in H$, գոյություն ունեն միակ վերլուծություններ H-ից և M-ից տարրերի արտադրյալների միջոցով՝

- $a \cdot \alpha = {}^{a}\alpha \cdot a^{\alpha}$, ${}^{a}\alpha \in H$, $a^{\alpha} \in M$,
- $a \cdot b = (a, b) \cdot [a, b]$, $(a, b) \in H$, $[a, b] \in M$:

Հետևաբար կարելի է սահմանել հետևյալ գործողությունները.

- $\Phi: M \times H \to M$, $\Phi(a, \alpha) = a^{\alpha}$,
- $\Psi: M \times H \to H$, $\Psi(a, \alpha) = {}^{a}\alpha$,
- $\Xi: M \times M \to M$, $\Xi[a, b] = [a, b]$,
- $\Lambda: M \times M \to H$, $\Lambda(a, b) = (a, b)$.

Տեղի ունեն հետևյալ պայմանները.

- (P1) (M, Ξ)-ն ձախ չեզոք տարրով աջ կվազիխումբ է, այսինքն
  - (i) կամայական $[x, a] = b$ հավասարում ունի միակ լուծում,
  - (ii) գոյություն ունի այնպիսի $o \in M$ տարր, որ $[o, a] = a$ կամայական $a \in M$-ի համար:
- (P2) Φ-ն H խմբի գործողություն է M բազմության վրա, այսինքն
  - (i) $(a^{\alpha})^{\beta} = a^{\alpha \cdot \beta}$ կամայական $a \in M$, $\alpha, \beta \in H$ տարրերի համար,
  - (ii) $a^{\varepsilon} = a$ կամայական $a \in M$ տարրի համար, որտեղ ε-ը H խմբի չեզոք տարրն է:

- (P3) Կամայական $\alpha \in H$-ի համար գոյություն ունի $\beta \in H$ այնպիսին, որ $\alpha = {}^{o}\beta$.
- (P4) Տեղի ունեն հետևյալ նույնությունները.
  - (A1) ${}^{a}(\alpha \cdot \beta) = {}^{a}\alpha \cdot {}^{a}\beta$,
  - (A2) $[a, b]^{\alpha} = [a^{{}^{b}\alpha}, b^{\alpha}]$,
  - (A3) $(a, b) \cdot {}^{[a,b]}\alpha = {}^{a}({}^{b}\alpha) \cdot (a^{{}^{b}\alpha}, b^{\alpha})$
  - (A4) $[[a, b], c] = [a^{(b,c)}, [b, c]]$
  - (A5) $(a, b) \cdot ([a, b], c) = {}^{a}(b, c) \cdot (a^{(b,c)}, [b, c])$

Սահմանում. Դիցուք M բազմության, H խմբի և արտապատկերումների $\Omega = (\Phi, \Psi, \Xi, \Lambda)$ համախմբի համար տեղի ունեն (P1) - (P4) պայմանները: Այդ դեպքում ասում ենք, որ M-ը H խմբի նկատմամբ որոշված հիպերխումբ է $\Omega = (\Phi, \Psi, \Xi, \Lambda)$ կառուցվածքային արտապատկերումների համախմբով: Այդ հիպերխումբը նշանակվում է M_H:

Խմբի նկատմամբ որոշված հիպերխմբերի իզոմորֆության հարաբերությունը սահմանվում է բնական ձևով:

Ատենախոսության երկրորդ գլխում ուսումնասիրվում են խմբի նկատմամբ որոշված ունիտար հիպերխմբերը, ցույց է տրվում, թե ինչպես ստանալ բոլոր հիպերխմբերը իզոմորֆության ճշտությամբ, երբ տրված են բոլոր ունիտար հիպերխմբերը՝ իզոմորֆության ճշտությամբ:

Ատենախոսության երրորդ գլուխը նվիրված է խմբի նկատմամբ որոշված հիպերխմբի աքսիոմների ուսումնասիրությանը: Ցույց է տրվում նրանց անկախությունը, ավելի ճշգրիտ՝ տեղի ունի հետևյալ արդյունքը:

Թեորեմ: Խմբի նկատմամբ որոշված հիպերխմբերի (P1), (P2), (P3) և (P4)-ը կազմող (A1)-(A5) աքսիոմներից բաղկացած համակարգը անկախ է:

Ապացուցվում է թեորեմ այդ աքսիոմների միջև կապերի մասին, մասնավորապես տեղի ունի հետևյալ թեորեմը:

Թեորեմ: Եթե տեղի ունեն (P1), (P2), (A2), (A4) պայմանները, Φ-ն էֆեկտիվ գործողություն է այնպիսին, որ $o^{\alpha} = o$ կամայական $\alpha \in H$, ապա տեղի ունեն (P3), (A1), (A3), (A5) պայմանները:

Վերջինս թույլ է տալիս կառուցել խմբի նկատմամբ որոշված հիպերխմբեր՝ ստուգելով միայն (P1), (P2), (A2), (A4) պայմանները, որն էլ, իր հերթին, թույլ է տալիս կառուցել H խմբի ու M բազմության ճշգրիտ արտադրյալներ: Հետևյալ արդյունքը ևս բխում է վերոնշյալ թեորեմից.

Թեորեմ: Կամայական (M, Ξ) ձախ չեզոք տարրով աջ քվազիխմբի համար գոյություն ունեն H խումբ, Φ, Ψ, Λ արտապատկերումներ այնպիսին, որ տեղի ունեն (P1)-(P4) պայմանները:

Վերջինս թույլ է տալիս ստանալ Քելիի տիպի թեորեմ ձախ չեզոք տարրով աջ քվազիխմբերի համար:

Չորրորդ գլխում ուսումնասիրվում է խմբի կատարելապես սառըկ ենթախմբի գաղափարը՝ խմբի նկատմամբ որոշված հիպերխմբերի միջոցով: Դիցուք G-ն խումբ է, H-ը նրա որևէ ենթախումբ է: Կասենք H-ը կատարելապես սառըկ է, եթե նրա կամայական M աջ տրանսվերսալի դեպքում համապատասխան (M, Ξ) ձախ չեզոք տարրով աջ քվազիխմբերն իրար իզոմորֆ են:

Թեորեմ: Ենթախումբը կատարելապես սառըկ է այն և միայն այն դեպքում, երբ այն նորմալ է.

Ատենախոսությունում ստացված արդյունքները նոր են և պատկանում են հեղինակին: Դրանք ուղեկցվում են մանրամասն ապացույցներով, ներկայացվել են տարբեր գիտաժողովներում: Գտնում եմ, որ “Խմբի նկատմամբ որոշված հիպերխմբեր” ատենախոսությունը բավարարում է ԲՈԿ-ի ներկայացրած բոլոր պայմաններին, իսկ դրա հեղինակը՝ Շանթ Նավասարդյանը, արժանի է «Ա.01.06 Հանրահաշիվ և թվերի տեսություն» մասնագիտությամբ ֆիզիկա-մաթեմատիկական գիտությունների թեկնածուի գիտական աստիճանի հայցմանը:

ԵՊՀ ինֆորմատիկայի և կիրառական մաթեմատիկայի ֆակուլտետի
Դիսկրետ մաթեմատիկայի և տեսական ինֆորմատիկայի ամբիոնի
պրոֆեսոր, ֆիզ.-մաթ. գիտ. դոկտոր Վ. Հ. Միքայելյան

26.06.2023

Ամսաթիվ