ՊԱՇՏՈՆԱԿԱՆ ԸՆԴԴԻՄԱԽՈՍԻ ԿԱՐԾԻՔ

Կարապետյան Կարեն Իսկանդարի

«Լրիվ Գլխարկների Կառուցումը Աֆինական $AG(n,3)$ եւ Պրոյեկտիվ $PG(n,3)$ Երկրաչափություններում»

Ե. 13.05 «Մաթեմատիկական մոդելավորում, թվային մեթոդներ եւ ծրագրերի համալիրներ» մասնագիտությամբ ֆիզիկամաթեմատիկական գիտությունների թեկնածուի գիտական աստիճանի հայցման ատենախոսության վերաբերյալ

Աշխատանքը նվիրված է հետեւյալ խնդրի հետազոտմանը: Դիտարկվում է n-չափանի վեկտորական տարածությունը F_3 վերջավոր (երեք տարր պարունակող) դաշտի նկատմամբ: Այդ տարածության վեկտորները հանդիսանում են $AG(n,3)$ աֆինական երկրաչափության կետերը: $AG(n,3)$-ի ենթաբազմությունը կոչվում է «գլխարկ», եթե այդ ենթաբազմության կամայական երեք զույգ առ զույգ տարբեր տարրերի գումարը տարբեր է զրոյից: Պահաջվում է գտնել ամենամեծ հզորություն ունեցող գլխարկի տարրերի քանակն որպես ֆունկցիա n-ից, նաեւ նկարագրել բոլոր այդպիսի գլխարկները:

Այս խնիրը փոխկապակցված է մի շարք կարեւոր եւ բարդ կոմբինատոր մոդելների հետազոտման ընթացքում առաջացող խնդիրների հետ: Դրանք շարադրված են ատենախոսությունում:

Մեծագույն գլխարկի կառուցման խնդիրը կարելի է ձեւակերպել որպես $AG(n,3)$-ում մեծագույն (ըստ հզորության) ենթաբազմության, որ չի պարունակում եւ ոչ մի 1-չափանի հարակից դաս (ըստ գծային ենթատարածության), կառուցելու խնդիր: Այս խնդիրը բնականորեն ընդհանրացվում է $AG(n,q)$ երկրաչափությունում ոչ մի k-չափանի հարակից դաս չպարունակող մեծագույն ենթաբազմության գտնելու խնդրին: Բնականաբար, նման խնդիր դրվում է նաեւ պրոյեկտիվ $PG(n,q)$ երկրաչափության համար:

$AG(n,3)$-ի դեպքում տարբեր հեղինակներ կատարել են բազմաթիվ հետազոտություններ, ստացվել են որոշ գնահատականներ մեծագույն գլխարկների հզորության վերաբերյալ, գտնվել են ճշգրիտ արժեքները որոշակի փոքր n-րի համար, սակայն ընդհանուր դեպքում խնդրի լուծումը դեռեւս չի հաջողվել ստանալ:

Գլխարկների բազմությունը կարգավորված է ըստ ներդրվածության եւ բնական է, որ մեծագույն գլխարկները հարկավոր է փնտրել այդ կարգավորված բազմության մաքսիմալ տարրերի մեջ: Այդ պատճառով աշխատանքում սահմանվում է լրիվ գլխարկի գաղափարը, եւ աշխատանքի հիմնական նպատակը լրիվ գլխարկների ուսումնասիրությունը եւ կառուցումն է:

Հեղինակը սահմանել է $AG(n,3)$-ում գլխարկների հատուկ դաս՝ P_n-բազմությունները: Լրիվ P_n-բազմությունների մեջ առանձնացվել են b-հագեցած լրիվ P_n-բազմությունները, որոնք կենտրոնական դեր են խաղում ատենախոսության հետազոտություններում:

Ատենախոսության հիմնական արդյունքներն են.

Թեորեմ 1.3.1-ում տրվել է b-հագեցած բազմության լրիվ b-հագեցած P_n-բազմություն լինելու անհրաժեշտ եւ բավարար պայմանը;

Թեորեմ 1.4.1-ում ստացված է կամայական n եւ m բնական թվերի համար լրիվ կամ b-հագեցած լրիվ P_n-բազմություններից լրիվ կամ b-հագեցած լրիվ P_{n+m}-բազմություններ կառուցելու մեթոդ (բանաձեւ);

Թեորեմ 1.5.1-ում առաջարկվել եւ հիմնավորվել է անդրադարձ առնչություն լրիվ b-հագեցած P_{n_1}, P_{n_2} եւ P_{n_3} -բազմություններից լրիվ b-հագեցած $P_{n_1+n_2+n_3}$ -բազմություն կառուցելու համար (այսպես կոչված 3-սխեմա);

Թեորեմ 1.6.1-ում առաջարկվել եւ հիմնավորվել է անդրադարձ առնչություն լրիվ b-հագեցած $P_{n_1},\ldots,P_{n_6}$-բազմություններից լրիվ b-հագեցած $P_{n_1+\cdots+n_6}$ -բազմություն կառուցելու համար (այսպես կոչված 6-սխեմա);

Թեորեմներ 2.1.1 եւ 2.1.2-ում լրիվ b-հագեցած P_n եւ P_m-բազմություններից կառուցվում են լրիվ գլխարկներ $AG(n+m,3)$ եւ $AG(n+m+1,3)$ երկրաչափություններում;

Թեորեմներ 2.2.1, 2.2.2, 2.2.3 եւ 2.2.4-ում նկարագրված եւ հիմնավորված են լրիվ b-հագեցած P_n-բազմությունից $AG(n,3)$-ում տարբեր տեսակի նոր լրիվ գլխարկների ստացման մեթոդները (թեորեմ 2.2.4-ում լրիվ b-հագեցած P_{2n}-բազմությունից ստացվում է ուղղակի գլխարկ $AG(2n+1,3) -$ ում);

Թեորեմներ 2.3.1 եւ 2.4.1-ում հիմնվելով 3- եւ 6-սխեմաների վրա կառուցվում են լրիվ գլխարկներ $n=n_1+n_2+n_3$ եւ $n=n_1+n_2+n_3+n_4+n_5+n_6$ դեպքերի համար;

Վերը նշված արդյունքներից ստացվել են մի շարք փոքր n-րի համար հայտնի լավագույն ստորին գնահատականները:

Հետևանք 2.2.2-ում ստացվել է $AG(11,3)$-ում մեծագույն գլխարկի հզորության ստորին գնահատական, որը տվյալ պահին լավագույնն է եւ դեռեւս հայտնի չէր:

Թեորեմ 2.5.1-ում առաջարկված եւ հիմնավորված է մեթոդ, որը թույլ է տալիս լրիվ b-հագեցած P_n-բազմությունից $AG(n,3)$-ում ստանալ լրիվ գլխարկ պրոյեկտիվ $PG(n,3)$ երկրաչափությունում:

Աշխատանքը հիմնականում շարադրված է հստակ եւ մատչելի, սակայն զուրկ չէ որոշ թերություններից: Օրինակ՝ Լեմ 1.1-ում օգտագործվել է վերջավոր դաշտում «ադդետիվ» լրացում տերմինը, որը նշանակվել է β^{-1}: Ստանդարտ տերմինը դա ուղղակի հակադիրն է՝ $-\beta$, դաշտի ադդիտիվ խմբի հակադիրը:

Թեորեմ 1.3.1-ը կարելի էր սահմանել ավելի պարզ ասելով, որ որպեսզի լրիվ b-հագեցած բազմությունը լինի P_n-բազմություն անհրաժեշտ եւ բավարար, որ տեղի ունենան երկու պայմանները:

Թեորեմ 2.2.3-ում դիտարկվում է P_n-բազմության վեկտորների հայելային շրջումները եւ դրանց միջոցով ստացվում են լրիվ գլխարկներ: Կարծում եմ, որ կարելի էր դիտարկել P_n-բազմության վեկտորների կոորդինատների կամայական տեղափոխության դեպքը, քանի որ B_n' եւ B_n'' բազմությունները ինվարիանտ են այդպիսի տեղափոխության նկատմամբ, եւ այդ թեորեմը ճիշտ կլինի նաեւ այդ ավելի ընդհանուր դեպքում:

Կարեն Կարապետյանի ատենախոսությունն ամբողջական գիտական հետազոտություն է նվիրված կոմբինատոր մոդելների արդիական խնդրի ուսումնասիրմանը: Ստացված արդյունքները նոր են եւ կարեւոր: Դրույթները հաստատված են մաթեմատիկական ապացույցների միջոցով եւ, ուստի, հավաստի են: Հարկ է նշել, որ ապացույցները պահաջել են նուրբ կոմբինատոր վերլուծություն եւ դրանք բավականին բարդ են: Ատենախոսության արդյունքները ճշգրիտ եւ լրիվ արտացոլվել են հրապարակված հոդվածներում: Սեղմագիրը լիովին համապատասխանում է ատենախոսության բովանդակությանը:

Ատենախոսությունն աշխատություն է, որը կարող է գնահատվել իբրև գիտության տվյալ բնագավառում կարևոր նշանակություն ունեցող խնդրի լուծում եւ նոր խնդիրների առաջադրում: Այն բավարարում է Ե. 13.05 «Մաթեմատիկական մոդելավորում, թվային մեթոդներ և ծրագրերի համալիրներ» մասնագիտությամբ ֆիզիկամաթեմատիկական գիտությունների թեկնածուի գիտական աստիճանի հայցման ատենախոսություններին ՀՀ ԲԿԳԿ-ի կողմից սահմանված պահանջներին, իսկ հեղինակը՝ Կարեն Կարապետյանն արժանի է ֆիզիկամաթեմատիկական գիտությունների թեկնածուի գիտական աստիճանի շնորհմանը:

ԵՊՀ դիսկրետ մաթեմատիկայի և
տեսական ինֆորմատիկայի ամբիոնի
պրոֆեսոր, ֆ.մ.գ.դ., պրոֆեսոր

Ա.Ալեքսանյան

02.07.2024 թ.

Ա. Ալեքսանյանի ստորագրությունը հաստատում եմ: