

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏՈՒԹՅԱՆ

ԿՐԹՈՒԹՅԱՆ, ԳԻՏՈՒԹՅԱՆ, ՄՇԱԿՈՒՅԹԻ ԵՎ ՍՊՈՐՏԻ  
ՆԱԽԱՐԱՐՈՒԹՅՈՒՆ  
ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ՊՈԼԻՏԵԽՆԻԿԱԿԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ

Կարապետյան Արմանդ Կարենի

Բազմառոտորային անօդաչու սարքերի դինամիկ ճշգրտության  
հետազոտումը պատահական ազդեցությունների դեպքում

Ե. 13. 01 “Կառավարում, կառավարման համակարգեր և դրանց  
տարրերը”

մասնագիտությամբ տեխնիկական գիտությունների թեկնածուի  
գիտական աստիճանի հայցման ատենախոսության  
ՄԵՂՄԱԳԻՐ

Երևան 2024

---

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ, НАУКИ, КУЛЬТУРЫ И СПОРТА  
РЕСПУБЛИКИ АРМЕНИЯ  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ АРМЕНИИ

Карапетян Арманд Каренович

Исследование динамической точности многороторных беспилотных  
аппаратов при случайных воздействиях

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание учёной степени кандидата технических наук  
по специальности 05.13.01 – «Управление, системы управления  
и их элементы»

Ереван 2024

**Ատենախոսության թեման հաստատվել է Հայաստանի ազգային պոլիտեխնիկական համալսարանում**

Գիտական ղեկավար՝ տ. գ. դ. Օ. Ն. Գասպարյան

Պաշտոնական ընդդիմախոսներ՝ ֆ.-մ.գ.դ. Ռ. Ա. Խաչատրյան  
տ. գ. թ. Ա. Լ. Մխիթարյան

Առաջատար կազմակերպություն՝ Հայ-Ռուսական Համալսարան

Ատենախոսության պաշտպանությունը տեղի կունենա 2024թ. դեկտեմբերի 20-ին, ժամը 14:30-ին Հայաստանի ազգային պոլիտեխնիկական համալսարանում գործող «Կառավարում և ավտոմատացում» 032 մասնագիտական խորհրդի նիստում (հասցեն 0009, Երևան, Տերյան 105, 17 մասնաշենք):

Ատենախոսությանը կարելի է ծանոթանալ ՀԱՊՀ-ի գրադարանում: Սեղմագիրն առաքված է 2024թ. նոյեմբերի 18-ին:

032 Մասնագիտական խորհրդի  
Գիտական քարտուղար, տ. գ. թ.



Մ. Գ. Խաչատրյան

**Тема диссертации утверждена в Национальном политехническом университете Армении**

Научный руководитель:

д.т.н. Օ. Н. Гаспарян

Официальные оппоненты:

д.ф.-м.н. Р.А. Хачатрян  
к.т.н. А.Л. Мхитарян

Ведущая организация:

Российско-Армянский Университет

Защита диссертации состоится 20-го декабря 2024г. в 14:30 ч. на заседании Специализированного совета 032 - “Управление и автоматизация”, действующего при Национальном политехническом университете Армении (НПУА) (адрес: 0009, г. Ереван, ул. Теряна, 105, корпус 17). С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке НПУА. Автореферат разослан 18-го ноября 2024 г.

Ученый секретарь 032  
специализированного совета к.т.н.



М. Г. Хачатрян

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

*Актуальность темы.* Многооторные беспилотные летательные аппараты (БПЛА) имеют в настоящее время исключительно широкое применение в самых различных гражданских и военных областях, включая: мониторинг технического состояния мостов, железнодорожных путей, линий электропередач и магистральных газопроводов; контроль дорожного движением и определение очагов пожаров; поисково-спасательные работы и охрана государственных границ; проведение сельскохозяйственных и геолого-разведывательных работ; разведка и нанесение ударов по противнику в военных условиях, и так далее.

Разработка эффективных систем управления многооторных БПЛА представляет собой целый комплекс сложных научно-технических и практических задач, при решении которых необходимо учитывать множество самых разнообразных факторов, включая сохранение работоспособности при различных условиях эксплуатации, обеспечение требуемых технических характеристик, таких как устойчивость, точность движения по заданной траектории при наличии внешних возмущений, и многие другие.

Вопросам разработки систем управления многооторных БПЛА посвящено большое количество научных публикаций, в которых на основе современных методов теории автоматического управления, включая адаптивное и оптимальное управление, робастное управление и т.д., рассматриваются задачи выбора регуляторов, обеспечивающих требуемые запасы устойчивости замкнутых систем управления БПЛА при возможных структурных и параметрических неопределенностях, нелинейностей отдельных элементов и т.д.

Вместе с тем, относительно мало внимания уделено инженерным методам анализа точности систем управления БПЛА при случайных внешних воздействия или возмущениях, учитывающих структурные и функциональные особенности указанных систем и основанных на современных методах теории многовзаимного регулирования.

Все это обуславливает актуальность задачи разработки методов исследования динамической точности систем автоматического управления многооторных БПЛА основных типов (квадрокоптеров., гексакоптеров и октокоптеров) при детерминированных и случайных внешних воздействиях и их комбинации.

*Цель и задачи исследования.* Целью диссертационной работы является разработка инженерных методов исследования динамической точности линейных и нелинейных систем автоматического управления многооторных БПЛА при стационарных случайных воздействиях с гауссовским распределением вероятностей.

В соответствии с поставленной целью сформулированы и решены следующие задачи:

1. Разработка методов и компьютерных программ анализа динамической точности линейных систем управления многооторных БПЛА при детерминированных, в виде степенных полиномов от времени  $t$ , и

стационарных случайных входных воздействиях с учетом возможной потери эффективности моторов.

2. Разработка методов определения дисперсии модуля вектора ошибки линейной системы управления БПЛА при стационарных случайных воздействиях для случаев выбора идентичных и различных ПИД-регуляторов в отдельных каналах.

3. Разработка методов, на основе метода статистической линеаризации, исследования точности нелинейных взаимосвязанных систем управления БПЛА при совместном воздействии детерминированных и стационарных случайных сигналов.

4. Разработка графического интерфейса пользователя (ГИП), работающего в среде пакета MATLAB и предназначенного для динамического моделирования и автоматизированного определения дисперсий ошибок нелинейной системы управления многороторных БПЛА при детерминированных и случайных внешних воздействиях.

**Методы исследования.** В диссертационной работе использованы методы матричного исчисления и линейной алгебры, теоретической механики, классической теории линейных и нелинейных систем автоматического управления, теории многосвязного управления, теории вероятностей и случайных процессов, численные методы компьютерного проектирования и моделирования динамических систем в среде пакета MATLAB.

**Научная новизна.** В процессе исследования получены следующие научные результаты, отличающиеся новизной:

1. Выведены аналитические выражения для матриц коэффициентов ошибок линейной системы управления БПЛА с ПИД-регуляторами различных типов по отношению к заданной траектории движения в пространстве в виде степенных полиномов от времени.

2. Получено выражение, определяющее точное значение дисперсии модуля вектора случайной составляющей ошибки линейной системы управления БПЛА при стационарных случайных входных воздействиях. Показано, что если случайные входные воздействия имеют одинаковую спектральную плотность, то точное значение указанной дисперсии  $D_\varepsilon$  равно сумме дисперсий на выходах фиктивных одномерных систем, передаточные функции которых равны сингулярным числам передаточной матрицы замкнутой системы управления БПЛА

3. Получена оценка сверху дисперсии модуля вектора случайной ошибки линейной системы управления БПЛА при идентичных ПИД-регуляторах в отдельных каналах, выраженная через сумму дисперсий на выходах характеристических систем и число обусловленности матрицы взаимных связей между каналами.

4. Выведены уравнения статистически линеаризованной нелинейной системы управления БПЛА с ПИД-регуляторами в отдельных каналах с учетом возможной потери эффективности моторов. Получена взаимосвязанная система восьми нелинейных уравнений, численное решение которых дает решение задачи исследования статистической точности нелинейной системы управления БПЛА при входных воздействиях в виде суммы детерминированного и стационарного случайного сигналов.

5. На основе метода статистической линеаризации получено скалярное нелинейное уравнение, решение которого определяет дисперсию сигналов нелинейной циркулянтной МСАР с произвольным числом каналов при случайных входных воздействиях с одинаковой спектральной плотностью.

**Практическая ценность работы.** Разработанные методы, а также алгоритмические и программные средства могут быть использованы при проектировании и исследовании систем автоматического управления многороторных БПЛА, применяемых в самых различных областях техники и народного хозяйства. Разработанный ГИП может быть использован для компьютерного проектирования и исследования динамики и точности систем управления квадрокоптеров с основными кинематическими схемами установки моторов при случайных и детерминированных входных сигналах.

Разработанные методы, алгоритмы и программы используются в Центре воздушной робототехники НПУА при разработке и анализе точности различных систем управления БПЛА.

**Основные положения, выносимые на защиту:**

1. Совокупность разработанных методов анализа точности линейных и нелинейных систем управления многороторных БПЛА на основе методов статистической линеаризации нелинейностей и характеристических передаточных функций.

2. Вывод матриц коэффициентов ошибок линейных системы управления многороторных БПЛА с ПИД-регуляторами в отдельных каналах по отношению к медленно меняющимся детерминированным входным воздействиям (математическому ожиданию входных случайных сигналов), с учетом возможной потери эффективности моторов.

3. Методика анализа статистической точности взаимосвязанных линейных систем управления БПЛА при стационарных случайных воздействиях на основе скалярной оценки -дисперсии модуля вектора случайной составляющей ошибки системы.

4. Методика анализа точности нелинейных систем управления БПЛА при стационарных случайных воздействиях с ненулевыми математическими ожиданиями на основе метода статистической линеаризации нелинейностей, включая специальный случай высокочастотных случайных помех, которые полностью подавляются линейной частью системы.

5. Методика анализа точности нелинейных циркулянтных МСАР с произвольным числом каналов при стационарных случайных воздействиях на основе канонического представления передаточных матриц и аналитических выражений для ХПФ статистически линеаризованных МСАР.

6. Графический интерфейс пользователя (ГИП) и вычислительные программы на языке программирования MATLAB, предназначенные для автоматизации расчетов и динамического моделирования системы управления БПЛА при стационарных случайных воздействиях.

**Апробация работы.** Основные положения и результаты работы докладывались на:

- ежегодных научных конференциях НПУА (Ереван, 2022 - 2023 гг.),
- Международной конференции Computer Science and Information Technologies – CSIT 2021.

- семинарах кафедры “Системы управления” и Центра воздушной робототехника НПУА.

**Публикации.** Основные результаты работы опубликованы в семи научных работах:

1. **Карапетян А.К.**, Исследование динамической точности систем управления БПЛА при детерминированных управляющих воздействиях. Вестник инженерной академии Армении, т. 19, № 1, 2022, с. 126-134.

2. Gasparyan O.N., Buniatyan L., **Karapetyan A.**, Statistical Accuracy of Nonlinear Circulant Control Systems, Proceedings of CSIT Conference, Armenia, Yerevan, September 27-October 1, 2021, 114-118.

Published in *AIP Conference Proceedings*, vol. 2757, Issue 1, 060002, 2023, DOI: <https://doi.org/10.1063/5.0136291>

3. Гаспарян О.Н., Буниатян Л.М., Варданян Н.А., **А.К. Карапетян.** Матрицы коэффициентов ошибок систем управления беспилотными летательными аппаратами с ПИД-регуляторами // Вестник НПУА: Информационные технологии, электроника, радиотехника. – 2022. - N 2/ - С. 72-80.

4. Гаспарян О.Н., Буниатян Л.М., **Карапетян А.А.** Исследование симметричных автоколебаний в нелинейных двумерных системах управления. Вестник НПУА, сер. Информационные технологии, электроника, радиотехника, 2022, 1, 46-56,

5. Гаспарян О.Н., Оганян О.Г., **Карапетян А.К.**, Симонян Т.А. - Анализ точности систем управления многороторными беспилотными летательными аппаратами при стационарных случайных воздействиях. Известия НАН и НПУА, Серия Технических наук, 2023. -Т. 76, N 1. -с. 101-113.

6. Гаспарян О.Н., Варданян Н.А., Буниатян Л.М., **Карапетян А.К.** Анализ точности нелинейных систем управления многороторных БПЛА при случайных воздействиях. Вестник инженерной академии Армении, № 2, 2023, с. 58-69.

7. Гаспарян О.Н., Л.М. Буниатян, **А.А. Карапетян.** Анализ автоколебаний в нелинейных двумерных системах управления // НПУА ВЕСТНИК. Сборник научных статей. — Ереван, 2022. — Часть I. — С.149-158.

8. **Карапетян А.К.**, Автоматизация анализа статистической точности системы управления квадрокоптером. Вестник инженерной академии Армении, т. 20, № 2, 2023, с. 156-164.

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, списка использованной литературы из 129 наименований и двух приложений. Общий объем диссертации составляет 155 страниц, включая 72 рисунка. Диссертация написана на русском языке.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во Введении** обоснована актуальность темы диссертационной работы, сформулированы цель и задачи работы, представлены научная новизна, практическое значение и основные положения, выносимые на защиту.

**В первой главе** коротко рассмотрены те основные методы теории управления, которые использованы в диссертации при разработке методов

исследования статистической точности систем управления многороторных БПЛА. В п. 1.2 дано краткое изложение метода ХПФ, который позволяет свести исследование квадратных, т.е. имеющих одинаковое число входов и выходов,  $N$ -мерных МСАР к исследованию  $N$  одномерных систем. Приведены канонические представления передаточных матриц линейных МСАР. В п. 1.3 изложены вопросы анализа устойчивости МСАР при помощи многомерного критерия Найквиста. В п. 1.4 рассмотрен специальный класс однотипных МСАР, т.е. МСАР с одинаковыми передаточными функциями отдельных каналов и жесткими взаимными связями. В п. 1.5 рассмотрены вопросы анализа точности линейных МСАР при входных детерминированных сигналах, допускающих разложение в ряд Тейлора. Дано определение матриц коэффициентов ошибок МСАР. Приведены рекуррентные выражения для матриц коэффициентов ошибок астатических МСАР с жесткими взаимными связями между каналами. П. 1.6 посвящен исследованию точности линейных МСАР при стационарных случайных воздействиях с гауссовским распределением вероятностей. Приведено выражение для матрицы ковариаций вектора ошибок МСАР, а также описана методика анализа статистической точности МСАР на основе дисперсии модуля вектора ошибок. В п. 1.7 описан приближенный метод статистической линеаризации нелинейностей. Этот метод широко используется на практике для анализа точности нелинейных систем с одним входом и одним выходом при стационарных случайных воздействиях.

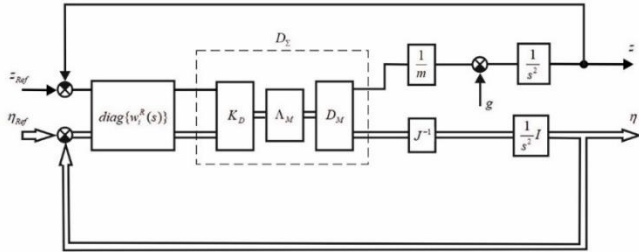
**Глава 2** посвящена общим вопросам математического описания динамики и структурных особенностей различных типов БПЛА, включая описание квадрокоптеров, гексакоптеров и октокоптеров.

В п. 2.2 приведены матрицы вращения жестко связанной с корпусом БПЛА системы координат (СК) относительно инерциальной СК, выраженные через углы Эйлера (углы крена, тангажа и рыскания). Даны общие нелинейные уравнения динамики БПЛА и кинематические уравнения Эйлера, связывающие угловые скорости БПЛА с углами крена, тангажа, и рыскания. Нелинейные уравнения движения БПЛА в общем случае имеют вид

$$m \frac{d^2 \xi}{dt^2} = -mgz_i + R \cdot F \quad (2. 1)$$

$$J \frac{d\omega}{dt} + \omega \times (J\omega + Y_R \Omega) = \tau \quad (2. 2)$$

где приняты следующие обозначения:  $m$  - масса БПЛА;  $g$  - гравитационная постоянная;  $J$  - главный тензор инерции БПЛА;  $\omega = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T$ , вектор угловой скорости связанной СК по отношению к инерциальной СК;  $J_R$  - идентичные моменты инерции роторов (моторов с пропеллерами);  $\Omega_i$  - угловые скорости вращения роторов;  $\Omega$  - суммарная угловая скорость вращения роторов.



**Рис. 2.1.** Матричная структурная схема линейризованной системы управления БПЛА

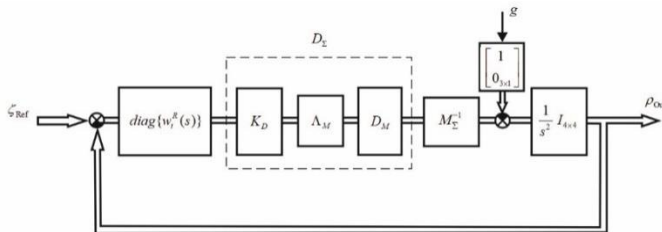
Рассмотрены кинематические взаимные связи между отдельными каналами системы управления БПЛА, учитывающие возможную частичную потерю эффективности моторов. Рассмотрена обобщенная матричная блок-схема системы управления многороторных БПЛА с учетом нелинейных уравнений динамики, а также структурная схема линейризованной системы управления (рис. 2.1).

Числовая матрица  $D_M$  кинематических взаимных связей между отдельными каналами системы управления на рис. 2.1 зависит от геометрических особенностей БПЛА, числа роторов  $N$  и т.д. Матрица

$$\Lambda_M = \text{diag} \{ \lambda_i^M \}, \text{ где } \lambda_i^M \ (0 < \lambda_i^M \leq 1) \quad (2.3)$$

характеризует возможную потерю эффективности моторов, а матрица регулятора  $K_D$  на рис. 2.1 выбирается для случая квадрокоптеров из условия  $K_D = D_M^{-1}$ , или из условия  $K_D = D_M^+$  для случаев гексакоптеров или октокоптеров, где через  $D_M^+$  обозначена псевдообратная матрица для  $D_M$ . Через  $w_i^R(s)$  обозначены передаточные функции ПИД-регуляторов в отдельных каналах

В п. 2.2 приведена эквивалентная матричная структурная схема системы управления БПЛА, более удобная для практического исследования устойчивости и динамической точности системы БПЛА (рис. 2.2).



**Рис. 2.2.** Преобразованная структурная схема линейной системы управления БПЛА



Четырехмерные векторы  $\zeta_{\text{Ref}}$ ,  $\rho_{\text{Out}}$  и диагональная 4x4 матрица  $M_{\Sigma}$  на рис. 2.2 даются следующими выражениями:

$$\zeta_{\text{Ref}} = \begin{bmatrix} z_{\text{Ref}} \\ \eta_{\text{Ref}} \end{bmatrix}, \quad \rho_{\text{Out}} = \begin{bmatrix} z \\ \eta \end{bmatrix}, \quad M_{\Sigma} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_z \end{bmatrix}. \quad (2.3)$$

В п. 2.3 рассмотрены передаточные матрицы системы управления многороторных БПЛА с различными ПИД-регуляторами в отдельных каналах, а также вопросы анализа устойчивости системы. Передаточная матрица разомкнутой системы управления БПЛА на рис. 2.2 имеет вид:

$$W(s) = \frac{1}{s^2} M_{\Sigma}^{-1} D_{\Sigma} \text{diag} \{w_i^R(s)\}, \quad (2.4)$$

где

$$D_{\Sigma} = D_M \Lambda_M K_D. \quad (2.5)$$

Устойчивость замкнутой системы управления БПЛА на рис. 2.2 определяется распределением корней характеристического уравнения

$$\det[I + W(s)] = \det[s^2 I + M_{\Sigma}^{-1} D_{\Sigma} \text{diag} \{w_i^R(s)\}] = 0. \quad (2.6)$$

В случае нормально функционирующих моторов все  $\lambda_i^M$  равны единице, т.е.  $\lambda_i^M = 1$ . Матрицы  $\Lambda_M$  (2.3) и  $D_{\Sigma}$  (2.5) при этом переходят в единичную матрицу  $I$ , а система управления на рис. 2.2 распадается на четыре независимые системы управления с одним входом и выходом.

В п. 2.4 представлены наиболее часто применяемые на практике схемы установки моторов на БПЛА и соответствующие матрицы кинематических взаимных связей.

**Глава 3** посвящена анализу точности линейных систем управления БПЛА при стационарных случайных воздействиях. где принято, что входной вектор  $\zeta_{\text{Ref}}(t)$  системы управления на рис. 2.2 имеет вид:

$$\zeta_{\text{Ref}}(t) = \zeta_T(t) + \gamma(t). \quad (3.1)$$

Здесь  $\zeta_T(t)$  является медленно меняющейся детерминированной функцией времени, а  $\gamma(t)$  есть стационарный гауссовский случайный процесс с нулевым математическим ожиданием, заданный эрмитовой матрицей спектральных плотностей  $S_{\gamma}(j\omega)$ . Детерминированный вектор  $\zeta_T(t)$  в (3.1) определяет требуемое пространственное движение БПЛА по заданной траектории, а векторная составляющая  $\gamma(t)$  характеризует внешние случайные воздействия или возмущения, действующие на БПЛА. При анализе точности системы управления БПЛА со входным воздействием  $\zeta_{\text{Ref}}(t)$  (3.1) в виде суммы двух сигналов следует основываться на известном принципе суперпозиции, согласно которому ошибки системы, вызванные каждой составляющей сигнала  $\zeta_{\text{Ref}}(t)$ , могут анализироваться независимо друг от друга.

В п. 3.2 рассмотрена задача определения матриц коэффициентов ошибок системы управления многопорторных БПЛА по отношению к векторному управляющему сигналу  $\zeta_T(t)$  в (3.1). Поскольку траектория движения БПЛА является гладкой, то этот сигнал можно представить в виде степенного ряда

$$\zeta_T(t) = \xi_0 + \xi_1 t + \xi_2 t^2 + \dots + \xi_{n-1} t^{n-1} + \xi_n t^n, \quad (3.2)$$

где  $\xi_0, \xi_1, \dots, \xi_n$  являются постоянными четырехмерными векторами.

Таким образом, ставится задача определения вектора ошибки  $\varepsilon_T(t)$  многомерной системы управления БПЛА на рис. 2.2 при заданном детерминированном управляющем сигнале в виде степенного ряда (3.2).

Соответствующий вектор установившейся ошибки  $\varepsilon_T(t)$  можно представить в виде выражения

$$\varepsilon_T(t) = \sum_{i=0}^n \varepsilon_i(t) = \sum_{i=0}^n K_i \frac{d^i \zeta_T(t)}{dt^i}. \quad (3.3)$$

которое представляет собой разложение вектора  $\varepsilon_T(t)$  в ряд по производным от входного воздействия  $\zeta_T(t)$  (3.1), где матрицы  $K_i$  называются матрицами коэффициентов ошибок многомерной системы управления.

При использовании в системе управления БПЛА ПИД-регуляторов общего вида передаточная матрица разомкнутой системы  $W(s)$  (2.4) принимает вид

$$W(s) = \frac{1}{s^3} M_{\Sigma}^{-1} D_{\Sigma} \text{diag} \left\{ \frac{\left( K_P^i T_D^i + K_D^i \right) s^2 + \left( K_P^i + K_I^i T_D^i \right) s + K_I^i}{T_D^i s + 1} \right\} \quad (3.4)$$

Замкнутая система управления БПЛА с ПИД-регуляторами общего вида  $w_i^R(s)$  обладает астатизмом третьего порядка, так как передаточная матрица  $W(s)$  (3.4) имеет три чистых интегратора. Поэтому первые три матрицы  $K_0, K_1$  и  $K_2$  в (12) тождественно равны нулевым матрицам. Показано, что две следующие отличные от нуля матрицы  $K_3$  и  $K_4$  описываются следующими формулами:

$$K_3 = \text{diag} \left\{ 1 / K_I^i \right\} D_{\Sigma}^{-1} M_{\Sigma}, \quad K_4 = - \text{diag} \left\{ K_P^i / \left( K_I^i \right)^2 \right\} D_{\Sigma}^{-1} M \quad (3.5)$$

Матрицы коэффициентов ошибок более высокого порядка (для  $i > 4$ ) для передаточной матрицы  $W(s)$  (3.4) равны нулевым матрицам.

Полученные выражения (3.5) позволяет сделать важный вывод, что если заданная траектория движения БПЛА в пространстве описывается полиномом  $\zeta_T(t)$  третьего порядка:

$$\zeta_T(t) = \xi_0 + \xi_1 t + \xi_2 t^2 + \xi_3 t^3, \quad (3.6)$$

то система управления с ПИД-регулятором общего вида (3.2) имеет ненулевую постоянную ошибку, обусловленную только последней составляющей в (3.13) и равную

$$\varepsilon = \text{diag}\{1/K_i^i\} D_{\Sigma}^{-1} M_{\Sigma} \xi_3. \quad (3.7)$$

В п. 3.2 рассмотрены также случаи применения ПИ-регуляторов, а также случай системы с нормально функционирующими моторами. Приведен числовой пример анализа точности.

В п. 3.3. рассмотрена задача анализ точности линейной системы управления при стационарных случайных воздействиях. Допустим, что входной сигнал  $\zeta_{\text{Ref}}(t)$  системы управления БПЛА представлен в виде (3.1), где  $\gamma(t)$  в (3.1) есть центрированный гауссовский случайный процесс, заданный эрмитовой матрицей спектральных плотностей  $S_{\gamma}(j\omega)$ . Для матрицы ковариаций  $P_{\varepsilon}$  случайной составляющей ошибки МСАР имеется следующее выражение:

$$P_{\varepsilon} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(j\omega) S_{\gamma}(j\omega) \Phi^*(j\omega) d\omega \quad (3.8)$$

В качестве обобщенной меры точности статистической точности системы управления БПЛА целесообразно использовать дисперсию  $D_{\varepsilon}$  модуля вектора выхода ошибки  $\varepsilon_{\gamma}(t)$ , для которой получено следующее выражение:

$$D_{\varepsilon} = \text{tr}\{P_{\varepsilon}\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \text{tr}\{\Phi(j\omega) S_{\gamma}(j\omega) \Phi^*(j\omega)\} d\omega \quad (3.9)$$

Если же случайные входные воздействия отдельных каналов системы управления БПЛА некоррелированы и имеют одинаковую спектральную плотность  $s_{\gamma}(j\omega)$ . то выражение (3.9) принимает более простой вид:

$$D_{\varepsilon} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \text{tr}\{\Phi(j\omega) \Phi^*(j\omega)\} s_{\gamma}(j\omega) d\omega = \sum_{i=1}^4 D_i, \quad (3.10)$$

где

$$D_i = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \sigma_i^2(j\omega) s_{\gamma}(j\omega) d\omega, \quad (3.11)$$

а через  $\sigma_i(j\omega)$  обозначены сингулярные числа передаточной матрицы  $\Phi(j\omega)$  замкнутой системы управления БПЛА.

Выражения (3.9) – (3.11) справедливы для систем управления БПЛА с различными ПИД-регуляторами  $w_i^R(s)$  в отдельных каналах. Они остаются в силе и в случае, когда ПИД-регуляторы в отдельных каналах системы управления БПЛА выбраны одинаковыми, т.е.  $w_i^R(s) = w_R(s)$ . Для таких систем получена следующая простая оценка сверху:

$$D_{\varepsilon} \leq v^2 [C]_s \sum_{i=1}^4 D_i, \quad (3.12)$$

где

$$v[C]_s = \|C\|_s \|C^{-1}\|_s = \text{const} \quad (3.13)$$

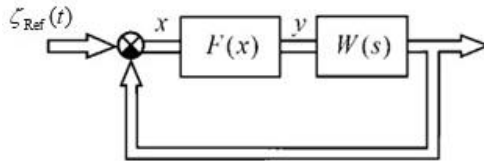
- выраженное через норму Шмидта число обусловленности матрицы  $C$ , а

$$D_i = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \frac{\lambda_i w(j\omega)}{1 + \lambda_i w(j\omega)} \right|^2 s_r(\omega) d\omega \quad (i=1,2,3,4). \quad (3.14)$$

- дисперсии на выходах одномерных характеристических систем. В (3.12) – (3.14) через  $C$  и  $\lambda_i$  ( $i=1,2,3,4$ ) обозначены модальная матрица и собственные значения числовой матрицы  $R = M_{\Sigma}^{-1} D_{\Sigma}$ .

Рассмотрен числовой пример анализа статистической точности квадрокоптера.

**В главе 4** разработаны приближенные методы исследования статистической точности устойчивых (т.е. не имеющих автоколебания) нелинейных систем управления БПЛА. Матричная структурная схема нелинейной системы управления БПЛА показана на рис. 4.1, где через  $F(x)$  обозначена матрица нелинейностей  $F_{ir}(x_r)$  ( $i,r=1,2,3,4$ ).



**Рис. 4.1.** Матричная структурная схема нелинейной системы управления БПЛА общего вида

Передаточная матрица  $W(s)$  линейной части нелинейной системы управления на рис. 41 дается следующим выражением:

$$W(s) = \frac{1}{s^2} M_{\Sigma}^{-1} D_{\Sigma} \text{diag} \{w_i^R(s)\}. \quad (4.1)$$

Ставится задача определения вектора ошибки устойчивой нелинейной системы управления БПЛА на рис. 4.1 при стационарных случайных входных сигналах  $\zeta_r(t)$  (3.1) с гауссовским распределением вероятностей. Для решения данной задачи в диссертации использован приближенный метод статистической линеаризации нелинейностей. Вектор ошибки нелинейной системы управления БПЛА ищется в виде суммы

$$x(t) = x_0 + x_R(t), \quad (4.2)$$

где  $x_0$  есть постоянный вектор, а  $x_R(t)$  - центрированная случайная функция времени. На основе метода статистической линеаризации, действительную зависимость между входом и выходом каждого нелинейного элемента  $F_{kr}(x_r)$  в (4.2) приближенной зависимостью

$$F_{ir}(x_r) = F_{ir}^0 + k_{1ir} x_{Rr} \quad (i,r=1,2,3,4) \quad (4.3)$$

где  $F_{ir}^0$  - статистическая характеристика нелинейности  $F_{kr}(x_r)$ , а  $k_{1ir}$  - статистический коэффициент усиления нелинейности  $F_{kr}(x_r)$  по случайной составляющей  $x_{Rr}(t)$  сигнала  $x(t)$ . Для нелинейностей с нечётно-

симметричными характеристиками функция  $F_{ir}^0$  в (4.7) может быть представлена в виде  $F_{ir}^0 = k_{ir}^0 x_{0r}$ , где  $k_{ir}^0$  - статистический коэффициент усиления нелинейности  $F_{kr}(x_r)$  по математическому ожиданию (детерминированной составляющей) вектора  $x(t)$  (4.2).

С учетом (4.2) и (4.3), векторное уравнение динамики нелинейной системы управления БПЛА на рис. 4.1 распадается на два взаимосвязанных уравнения:

$$\sum_{i=1}^N \text{diag} \{ F_{ir}^0(x_{0r}, \sigma_{xr}) \} \cdot \bar{1} = \bar{V} = \text{const} \quad (4.4)$$

$$[I + W(s)K_1(x_0, \sigma_x)]x_R(s) = \gamma(s), \quad (4.5)$$

где постоянный вектор  $\bar{V}$  дается выражением:

$$\bar{V} = W^{-1}(p) \left[ \sum_{k=0}^3 \xi_k t^k \right] \quad (4.6)$$

Таким образом, при использовании метода статистической линеаризации каждая составляющая векторного сигнала  $x(t)$  (4.2) переходит в одно из уравнений (4.9) и (4.10), т.е. статистическая линеаризация приводит к замене нелинейной системы управления БПЛА двумя разными линейными системами, каждая из которых действует на одну составляющую векторного сигнала  $x(t)$  (4.2). Поскольку принцип суперпозиции в нелинейных системах не выполняется, то анализ этих линейных систем должно осуществляться совместно. Вместе с тем каждая из линейных систем может исследоваться линейной методами многомерной теории регулирования.

Численное решение задачи при этом сводится к совместному решению системы восьми нелинейных алгебраических уравнений:

$$x_0 = [K^0(x_0, \sigma_x)]^{-1} \bar{V} = \text{const}, \quad (4.7)$$

$$\sigma_{xi} = \sqrt{\sum_{l=1}^4 \sum_{k=1}^4 \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \phi_{xik}(j\omega, x_0, \sigma_x) \tilde{\phi}_{xil}(j\omega, x_0, \sigma_x) s_{\gamma kl}(j\omega) d\omega \right\}} \quad (4.8)$$

$i = 1, 2, 3, 4.$

Отдельно рассмотрена задача, когда центрированная случайная составляющая  $\gamma(t)$  входного воздействия  $\zeta_{\text{Ref}}(t)$  (3.1) является настолько высокочастотной, что практически полностью фильтруется линейной частью  $W(s)$ .

В п. 4.2 рассматриваются нелинейные системы управления БПЛА с одинаковыми ПИД-регуляторами в отдельных каналах, при которых система управления является одноптипной. Показано, что в данном случае применение метода статистической линеаризации приводит к замене нелинейной одноптипной системы управления БПЛА двумя линейными одноптипными многомерными системами, что существенно упрощает решение задачи. Рассмотрен числовой пример анализа статистической точности нелинейной системы управления БПЛА.

В п. 4.4 рассмотрен специальный класс нелинейных циркулянтных МСАР произвольной размерности, т.е. с произвольным числом каналов. Нелинейную систему управления БПЛА с идентичными ПИД-регуляторами в отдельных каналах и при нормально функционирующих моторах можно привести к четырехмерной однотипной циркулянтной системе за счет соответствующего выбора числовой матрицы  $K_D$  в (2.5). При этом считается, что  $S_\gamma(j\omega) = s_\gamma(\omega)I$  и все компоненты детерминированной составляющей  $\xi_T(t)$  в (3.1) одинаковы. В силу структурной симметрии таких систем, дисперсии  $\sigma_{x_r}^2$  и постоянные отклонения  $x_{0_r}$  всех переменных  $x_r(t)$  на входах нелинейностей отдельных каналов при указанных условиях оказываются одинаковыми. Анализ статистической точности циркулянтных МСАР при этом сводится к одномерному случаю при любом числе каналов  $N$ .

Показано, что при указанных условиях эрмитова матрица  $S_x(j\omega)$  спектральных плотностей вектора  $x$ :

$$S_x(j\omega) = s_\gamma(\omega)\Phi_R(j\omega, \sigma_x) \Phi_R^*(j\omega, \sigma_x) \quad (4.9)$$

также является циркулянтной матрицей и может быть представлена в виде:

$$S_x(j\omega, \sigma_x) = C \text{diag} \left\{ \frac{s_\gamma(\omega)}{|1 + q_i(j\omega, \sigma_x)|^2} \right\} C^{-1}, \quad (4.10)$$

где  $C$  - унитарная модальная матрица, составленная из нормированных собственных векторов  $c_i$  матрицы перестановок  $U$ , а  $q_i(j\omega, \sigma_x)$  являются ХПФ статистически линеаризованной разомкнутой системы. Отметим, что все ХПФ  $q_i(j\omega, \sigma_x)$  ( $i=1, 2, \dots, N$ ) могут быть записаны в аналитической форме при любом числе каналов  $N$ .

Принимая во внимание выражение (3.8), приходим к каноническому представлению матрицы ковариаций  $P_x$  циркулянтной системы:

$$P_x = C \text{diag} \{D_i(\sigma_x)\} C^{-1}, \quad (4.11)$$

где  $D_i(\sigma_x)$  - дисперсии ошибок одномерных характеристических систем, определяемые по формулам

$$D_i(\sigma_x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{|1 + q_i(j\omega, \sigma_x)|^2} s_\gamma(\omega) d\omega, \quad (i = 1, 2, \dots, N). \quad (4.12)$$

Итак, при подаче на входы отдельных каналов нелинейной циркулянтной МСАР случайных сигналов со скалярной матрицей спектральных плотностей  $S_\gamma(j\omega) = s_\gamma(\omega)I$ , матрица ковариаций  $P_x$  вектора  $x$  связана с диагональной матрицей дисперсий  $D_i(\sigma_x)$  (4.12) преобразованием подобия (4.77). Поскольку сумма диагональных элементов матриц инвариантен к преобразованию подобия, то след  $\text{tr}\{P_x\}$  матрицы ковариаций  $P_x$  (4.12), равный в нашем случае  $N \cdot \sigma_x^2$ , в то же время равен сумме дисперсий  $D_i(\sigma_x)$ . Отсюда окончательно получим формулу

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{2\pi} \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{s\gamma(\omega)}{|1 + q_i(j\omega, \sigma_x)|^2} d\omega \right\}. \quad (4.13)$$

Таким образом, одинаковые дисперсии  $\sigma_x^2$  на входах нелинейных элементов циркулянтных МСАР произвольной размерности  $N$  равны среднему арифметическому значению дисперсий  $D_i(\sigma_x)$  ошибок характеристических систем и находятся из скалярного нелинейного уравнения (4.13). Единственная неизвестная  $\sigma_x$  в (4.13) может быть найдена стандартными методами классической теории регулирования.

В главе 5 описан ГИП UAV\_Stoch, который предназначен для автоматизации расчетов статистической точности взаимосвязанных линейных систем управления квадрокоптеров при стационарных случайных входных сигналах с гауссовским распределением вероятностей, а также для динамического моделирования систем управления с основными нелинейностями. ГИП разработан при помощи специального приложения App Designer, входящего в состав пакета MATLAB. На рис. 5.1 показано основное окно выбора кинематики расположения моторов и ввода исходных данных квадрокоптера.

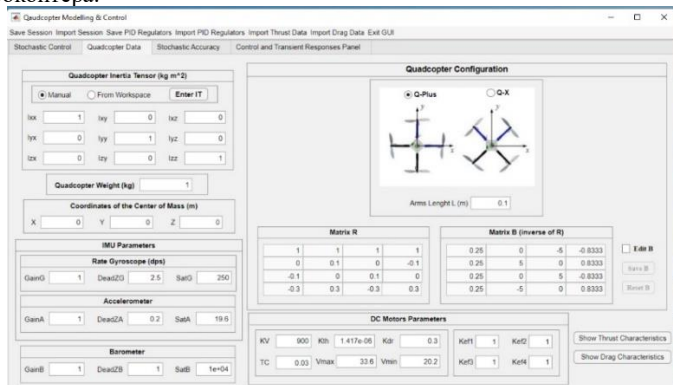
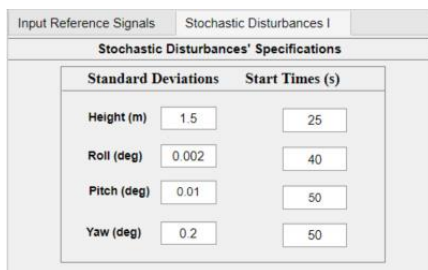


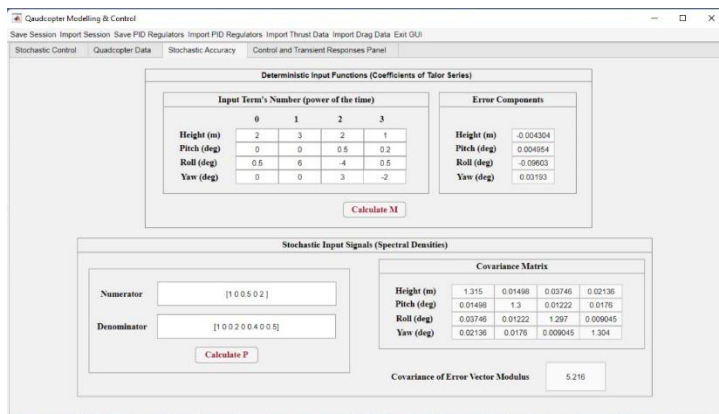
Рис. 5.1 Основное окно ГИП UAV\_Stoch для выбора кинематики и ввода технических характеристик квадрокоптера

На рис. 5.2 показана панель «Stochastic Disturbances» окна «Control and Transient Responses Panel», которая позволяют пользователю вводить параметры входных случайных возмущений с гауссовским распределением вероятностей.



**Рис. 5.2.** Панель ввода параметров (среднеквадратичных отклонений) входных случайных возмущений

На рис. 5.3 показан общий вид окна ГИП-а «Stochastic Accuracy», которое предназначено для автоматизации расчета статистической точности линейных систем управления квадрокоптеров. Входные сигналы при этом представляются в виде суммы детерминированного сигнала, т.е. заданной траектории движения БПЛА в пространстве, и центрированной стационарной случайной функции времени с гауссовским распределением вероятностей.



**Рис. 5.10.** Общий вид окна «Stochastic Accuracy» ГИП-а UAV\_Stoch

В левой части панели на рис. 5.10 имеются два окна, предназначенные для численного ввода коэффициентов числителя («Numerator») и знаменателя («Denominator») спектральной плотности  $s_y(j\omega)$ . При нажатии кнопки «Calculate P» программа проверяет корректность введенных данных. Далее, соответствующая программа интерфейса определяет передаточные матрицы замкнутой системы управления квадрокоптера и находит, используя функцию `covar(sys,N)` пакета MATLAB, матрицу ковариаций  $P_\varepsilon$  и дисперсию  $D_\varepsilon$  модуля вектора выхода системы управления. Вычисленные  $P_\varepsilon$  и  $D_\varepsilon$  выводятся в соответствующие окна в правой части панели на рис. 5.10.



ГИП-а UAV\_GUI, на базе которого построен UAV\_Stoch, имеет специальный программный модуль решения дифференциальных уравнений, описывающий нелинейную систему управления квадрокоптера с учетом гироскопических моментов, нелинейностей типа насыщение и зона нечувствительности измерительных устройств (барометров, датчиков угловых скоростей, гироскопов и т.д.), уравнений ПИД-регуляторов, динамики бесщёточных моторов с учетом возможной потери эффективности, экспериментальных зависимостей тяги пропеллеров от напряжения на входах моторов, и т.д. Указанный программный модуль включает систему 27-и нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка, которые необходимо решать при заданных входных воздействиях и начальных условиях. В пакете MATLAB имеются семь специальных функций для решения систем дифференциальных уравнений (ode solvers). В ГИП-е UAV\_Stoch предусмотрена возможность выбора пользователем трех наиболее часто используемых методов решения дифференциальных уравнений: ode15s, ode23 и ode45.

На рис. 5.3 показаны результаты динамического моделирования нелинейной системы управления квадрокоптера с учетом случайных помех на входе.

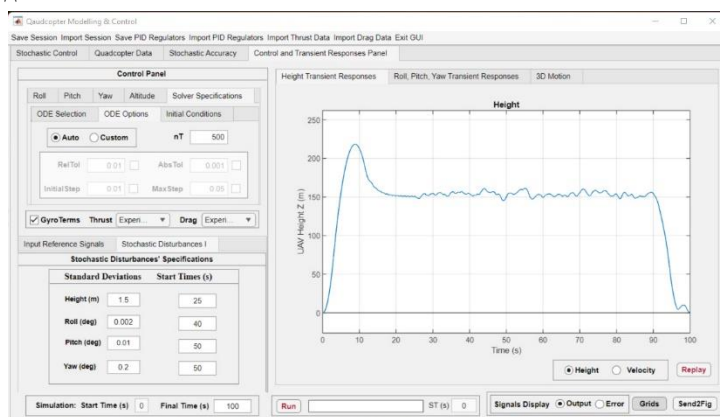
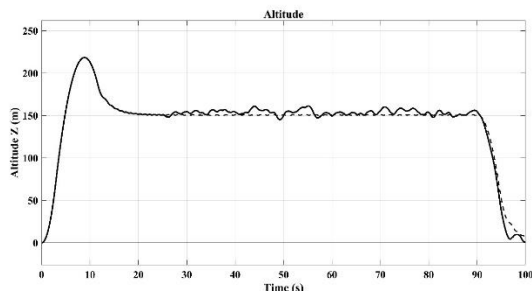


Рис. 5.3. Результаты моделирования при случайных возмущениях (канал высоты)



**Рис. 5.4.** Совмещенные графики полетов квадрокоптера по каналу высоты при наличии и отсутствии случайных возмущений

Для большей наглядности на рис. 5.4 совмещены на одном графике кривые динамических процессов системы управления квадрокоптера по каналу высоты при наличии и отсутствии случайных возмущений, где сплошная линия соответствует полету квадрокоптера при случайных входных возмущениях, а пунктирная линия - полету без случайных возмущений.

В **Приложении 1** приводятся коэффициенты статистической линеаризации для наиболее часто встречающихся в практических задачах типовых нелинейностей.

В **Приложении 2** рассмотрены основные свойства циркулянтных МСАР и приведен числовой пример, иллюстрирующий описанную в п. 4.4 методику анализа статистической точности нелинейных ЦМСАР и ЦМОСАР.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Ниже приводятся основные выводы и результаты диссертации.

1. Рассмотрены задачи исследования точности взаимосвязанных линейных и нелинейных систем управления многороторных БПЛА при стационарных случайных воздействиях с гауссовским распределением вероятностей, с учетом возможной потери эффективности моторов. Внешние воздействия при этом представляются в виде суммы детерминированной функции времени, определяющей требуемое движение БПЛА по заданной траектории и центрированного случайного процесса, заданного эрмитовой матрицей спектральных плотностей.

2. Показано, что линейная система управления БПЛА с ПИД-регуляторами общего вида обладает третьим порядком астатизма, т.е. обрабатывает с нулевой ошибкой заданные траектории движения, описываемые полиномами первого и второго порядков., а в случае полинома третьего порядка имеет постоянную ошибку. Получены аналитические выражения для первых двух отличных от нулевых матриц коэффициентов ошибок.

3. Получено выражение, определяющее точное значением дисперсии  $D_e$  модуля вектора случайной составляющей ошибки линейной системы

управления БПЛА при произвольной матрице спектральных плотностей входных случайных воздействий с учетом возможной потери эффективности моторов.

4. Показано, что если случайные входные воздействия отдельных каналов системы управления БПЛА имеют одинаковую спектральную плотность, то точное значение дисперсии  $D_e$  модуля вектора случайной ошибки системы равно сумме дисперсий на выходах фиктивных одномерных систем, передаточные функции которых равны сингулярным числам передаточной матрицы системы управления БПЛА. Полученные выражения справедливы для линейных квадратных МСАР с любым числом входов и выходов.

5. Получены оценки сверху дисперсии  $D_e$  модуля вектора случайной ошибки линейной системы управления БПЛА, выраженная через сумму дисперсий на выходах характеристических систем и число обусловленности матрицы жестких взаимных связей.

6. Получены уравнения статистически линеаризованной нелинейной системы управления с различными ПИД-регуляторами в отдельных каналах с учетом возможной потери эффективности моторов. Показано, что исследование статистической точности нелинейной системы управления БПЛА сводится к совместному исследованию двух четырехмерных линеаризованных систем по детерминированной и центрированной случайной составляющей внешнего воздействия. Показано также, что при выборе идентичных ПИД-регуляторов в отдельных каналах системы исследование статистической точности сводится к совместному исследованию двух линейных однопольных систем управления с жесткими взаимными связями между идентичными каналами.

7. Рассмотрена задача исследования статистической точности нелинейных циркулянтных МСАР (ЦМСАР) произвольной размерности. Показано, что при случайных входных воздействиях с одинаковой спектральной плотностью исследование статистической точности ЦМСАР сводится к решению одного скалярного нелинейного уравнения независимо от числа каналов системы.

8. Разработан графический интерфейс пользователя UAV\_Stoch, работающий в среде пакета MATLAB и предназначенный для автоматизации расчетов статистической точности линейных систем управления квадрокоптеров на основе предложенных в диссертационной работе теоретических методов, а также для динамического моделирования нелинейных систем управления квадрокоптеров при стационарных случайных воздействиях с гауссовским распределением вероятностей.

## ԵԶՐԱԿԱՅՈՒԹՅՈՒՆ

Ստորև բերված են ատենախոսության հիմնական եզրակացություններն ու արդյունքները.

1. Հաշվի առնելով շարժիչների հնարավոր արդյունավետության կորուստը, դիտարկվել են բազմառոտոր ԱԹՍ-ների փոխկապակցված գծային և ոչ գծային կառավարման համակարգերի ճշգրտության հետազոտման խնդիրները հավանականությունների գաուսյան բաշխմամբ ստացիոնար պատահական ազդեցությունների ներքո: Արտաքին ազդեցությունները ներկայացված են որպես ԱԹՍ-ի պահանջվող շարժումը ըստ տրված հետազոտի սահմանող դետերմինացված ժամանակային ֆունկցիայի և սպեկտրալ խտության էրմիտյան մատրիցով տրված կենտրոնացված պատահական պրոցեսի գումար:

2. Ցույց է տրված, որ ընդհանուր տեսքի ՀԻԴ-կարգավորիչներով ԱԹՍ-ի գծային կառավարման համակարգն օժտված է երրորդ կարգի աստատիզմով, այսինքն՝ առաջին և երկրորդ կարգի բազմանդամներով նկարագրվող տրված շարժման հետազոտը մշակում է գրոյական սխալով, իսկ երրորդ կարգի բազմանդամի դեպքում ունի հաստատուն սխալ: Ստացվել են անալիտիկ արտահայտություններ գրոյից տարբեր առաջին երկու սխալների գործակիցների մատրիցների համար:

3. Ստացվել է մուտքային պատահական ազդեցությունների սպեկտրալ խտության կամայական մատրիցի դեպքում ԱԹՍ-ի կառավարման գծային համակարգի սխալանքի պատահական բաղադրիչի վեկտորի մոդուլի դիսպերսիայի ճշգրիտ արժեքը որոշող արտահայտություն՝ հաշվի առնելով շարժիչների արդյունավետության հնարավոր կորուստը:

4. Ապացուցվել է, որ եթե ԱԹՍ-ի կառավարման համակարգի առանձին ուղիների պատահական մուտքային ազդեցություններն ունեն նույն սպեկտրալ խտությունը, ապա համակարգի պատահական սխալի վեկտորի մոդուլի դիսպերսիայի ճշգրիտ արժեքը հավասար է այնպիսի կեղծ միաչափ համակարգերի ելքերում դիսպերսիաների գումարին, որոնց փոխանցման ֆունկցիաները հավասար են ԱԹՍ-ի կառավարման համակարգի փոխանցման մատրիցի սինգուլյար թվերին: Ստացված արտահայտությունները կիրառելի են են մուտքի և ելքի ցանկացած թվով գծային քառակուսային ԲԱԿՀ-ների համար:

5. Ստացվել է ԱԹՍ-ի գծային կառավարման համակարգի պատահական սխալի վեկտորի մոդուլի դիսպերսիայի արժեքների վերին գնահատականները, որոնք արտահայտվում են բնութագրիչ համակարգերի ելքերում դիսպերսիաների գումարի և խիստ փոխադարձ կապերի մատրիցի պայմանավորվածության թվի միջոցով:

6. Ստացվել են առանձին կապուղիներում տարբեր ՀԻԴ կարգավորիչներով վիճակագրորեն գծայնացված ոչ գծային կառավարման համակարգի հավասարումներ՝ հաշվի առնելով շարժիչների արդյունավետության հնարավոր կորուստը: Ցույց է տրվել, որ ԱԹՍ-ների ոչ գծային կառավարման համակարգի վիճակագրական ճշգրտության հետազոտությունը հանգում է ըստ արտաքին ազդեցության դետերմինացված և կենտրոնացված պատահական բաղադրիչի՝ երկու քառաչափ գծային համակարգերի համատեղ հետազոտությանը: Ցույց է տրված նաև, որ համակարգի առանձին կապուղիներում միանման ՀԻԴ

կարգավորիչներ ընտրելու դեպքում վիճակագրական ճշգրտության հետազոտությունը բերվում է նույնական կապուդինների միջև խիստ փոխադարձ կապերով երկու գծային նույնատիպ կառավարման համակարգերի համատեղ հետազոտությանը:

7. Դիտարկվել է կամայական չափայնության ոչ գծային ցիրկուլյանտ ԲԱԿ-երի (ՑԲԱԿՀ) վիճակագրական ճշգրտության հետազոտության խնդիրը: Ցույց է տրվել, որ միևնույն սպեկտրալ խտությամբ պատահական մուտքային ազդեցությունների դեպքում ՑԲԱԿՀ-ի վիճակագրական ճշգրտության հետազոտությունը հանգում է մեկ սկայար ոչ գծային հավասարման լուծմանը՝ անկախ համակարգի կապուդինների քանակից:

8. Մշակվել է MATLAB փայթեթի միջավայրում աշխատող UAV\_Stoc օգտատիրոջ գրաֆիկական ինտերֆեյսը, որը նախատեսված է քվադրակոպտերի գծային կառավարման համակարգերի վիճակագրական ճշգրտության հաշվարկների ավտոմատացման համար՝ ատենախոսությունում առաջարկված տեսական մեթոդների հիման վրա, ինչպես նաև քվադրակոպտերի ոչ գծային կառավարման համակարգերի դինամիկ մոդելավորման համար՝ հավանականությունների գաուսյան բաշխմամբ ստացիոնար պատահական ազդեցությունների դեպքում:

## CONCLUSION

Below are the main conclusions and results of the dissertation:

1. The tasks of investigating the accuracy of interconnected linear and nonlinear control systems for multirotor UAVs under stationary random input signals with a Gaussian probability distribution, accounting for possible loss of motors efficiency, have been considered. External signals are represented as a sum of a deterministic time function defining the required movement of the UAV along a given trajectory and a centered random process described by a Hermitian matrix of spectral densities.

2. It has been shown that the linear control system of a UAV with general PID controllers has a third-order type (order of astatism), meaning it tracks predefined motion trajectories described by first- and second-order polynomials with zero error, but in the case of a third-order polynomial, it has a constant error. Analytical expressions for the first two non-zero error coefficient matrices have been obtained.

3. An expression determining the exact value of the dispersion of the vector's modulus of the random component of the linear control system error under an arbitrary matrix of spectral densities of random input signals, considering possible loss of motors efficiency, has been derived.

4. It has been shown that if the random input signals in separate channels of the UAV control system have the same spectral density, the exact value of the system's random error vector modulus dispersion equals the sum of the dispersions at the outputs of fictitious one-dimensional systems, the transfer functions of which are equal to the singular values of the UAV control system's transfer matrix. The obtained expressions are valid for linear square MIMO systems with any number of inputs and outputs.

5. Upper bounds for the dispersion of the random error vector modulus in a linear control system, expressed as the sum of the dispersions at the outputs of characteristic systems and the condition number of the matrix of rigid cross-connections, have been obtained.

6. The equations for the statistically linearized nonlinear control system with various PID controllers in individual channels, accounting for possible loss of motor efficiency, have been derived. It has been shown that the investigation of the statistical accuracy of the nonlinear UAV control system reduces to the joint investigation of two four-dimensional linearized systems for the deterministic and centered random components of the external signals. It has also been shown that with identical PID controllers in the system's separate channels, the investigation of statistical accuracy reduces to the joint investigation of two linear systems with rigid cross-connections between identical channels.

7. The task of investigating the statistical accuracy of nonlinear circulant MIMO (CMIMO) systems of arbitrary dimensions has been considered. It has been shown that for random input signals with the same spectral density, the investigation of the statistical accuracy of CMIMO system reduces to solving a single scalar nonlinear equation, regardless of the number of system channels.

8. A graphical user interface (GUI) UAV\_Stoch, working in the MATLAB environment, has been developed. It is designed for automating calculations of the statistical accuracy of linear control systems for quadcopters based on the

theoretical methods proposed in the dissertation and for dynamic modeling of nonlinear quadcopter control systems under stationary random signals with a Gaussian probability distribution.

A handwritten signature in blue ink, consisting of several overlapping loops and curves, positioned centrally below the text.