

Կարծիք

Գրիգոր Արմենի Կիրակոսյանի

« $\mathcal{L}$ -փաթեթի տիպի ինտեգրալ օպերատորների որոշ դասերի մասին»
թեմայով աշխատանքի վերաբերյալ

Ինքնահամալուծ $\mathbb{R}$ թվային առանցքի վրա սահմանված, $1 + |x|$ կշռով հանրագումարելի v պոտենցիալով $\mathcal{L}$ օպերատորի համար գոյություն ունի U մասնակի իզոմետրիա, որը բավարարում է $U^* \mathcal{L} U = m(\lambda^2)$ (m -ը բազմապատկման օպերատորն է) հավասարմանը և կառուցվում է Յոստի լուծումների, ինչպես նաև ցրման խնդրում հայտնի անցման գործակցի միջոցով: $\mathcal{L}$ -փաթեթի օպերատորը $L_2(\mathbb{R})$ տարածությունում սահմանվում է $W_{\mathcal{L}}^0(a) = U^* m(a) U$, $a \in L_{\infty}(\mathbb{R})$ բանաձևի միջոցով: Ներդրման π_+^0 և պրոյեկցիայի π_+ օպերատորների միջոցով կառուցվում է $L_2(\mathbb{R}_+)$ -ում ($\mathbb{R}_+ = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$) գործող $\mathcal{L}$ -Վիներ-Հոպֆի օպերատորը: Երբ v պոտենցիալը զրոյական է, ապա U օպերատորը Ֆուրիեի ձևափոխությունն է, իսկ $W_{\mathcal{L}}^0(a), W_{\mathcal{L}}(a)$ օպերատորները համընկնում են սովորական փաթեթի և Վիներ-Հոպֆի օպերատորների հետ:

Ստանդարտ եղանակով $W_{\mathcal{L}}^0(a), W_{\mathcal{L}}(a)$ օպերատորների սահմանումը տարածվում է համապատասխանաբար $L_p(\mathbb{R}, w)$ և $L_p(\mathbb{R}_+, w)$ տարածությունների վրա, որտեղ $1 < p < \infty$, իսկ w -ն Մակենհաուպտի A_p պայմանին բավարարող կշիռ է: Սահմանվում են նաև մատրիցային $W_{\mathcal{L}}^0(a) = (W_{\mathcal{L}}^0(a_{ij}))_{i,j}$, $W_{\mathcal{L}}(a) = (W_{\mathcal{L}}(a_{ij}))_{i,j}$ օպերատորները:

Առանձին հետաքրքրություն է ներկայացնում այն դեպքերը, երբ Յոստի լուծումների գրվում են բացահայտ տեսքով: Այդ փաստը տեղի ունի մասնավորապես այն դեպքում, երբ անդրադարձման գործակիցը ռացիոնալ ֆունկցիա է:

Յոստի լուծումների բացահայտ տեսքը հնարավորություն է տալիս դիտարկել մի շարք փաթեթի օպերատորներ, որոնք իրականացվում են $\mathcal{L}$ -փաթեթի և $\mathcal{L}$ -Վիներ-Հոպֆի օպերատորների տեսքով: $\mathcal{L}$ -Վիներ-Հոպֆի օպերատորները $L_2(\mathbb{R}_+)$ տարածությունում ներմուծվել են Ա. Հ. Քամայանի և Նրա համահեղինակների կողմից: Առավել մանրամասն ուսումնասիրվել է առանց անդրադարձման պոտենցիալի դեպքը $L_p(\mathbb{R}_+)$, $1 < p < \infty$, տարածություններում: Ատենախոսությունում սահմանվում է նաև մոզայիկ տիպի m -փաթեթի $W_m^0(a) = U^* m(a) U$ և համապատասխանաբար m -Վիներ-Հոպֆի օպերատորները, որտեղ U օպերատորը կառուցվում է δ -պոտենցիալով Շտուրմ-Լիովիլի հավասարման Յոստի լուծումների անալոգների միջոցով:

Վերը նշվածից, ինչպես նաև փաթեթի տիպի հավասարումների բազմաթիվ կիրառությունների առկայությունից հետևում է թեմայի արդիականությունը:

Գ. Ա. Կիրակոսյանի ատենախոսության մեջ ստացվել են հետևյալ արդյունքները.

(A) Ֆրեդհոլմի տեսությունը $L_p^n(\mathbb{R}, w|_{\mathbb{R}_+})$, $1 < p < \infty$, $w \in A_p(\mathbb{R})$ տարածություններում կառուցվում է մատրիցային $\mathcal{L}$ -վիներ-Հոպֆի օպերատորների համար առանց անդրադարձման պոտենցիալի և կտոր առ կտոր անընդհատ սիմվոլի դեպքում :

(B) $L_p(\mathbb{R}, w)$, $1 < p < \infty$, $w \in A_p(\mathbb{R})$ տարածություններում սահմանվում է փաթեթի տիպի T_d , $d \in \mathbb{C}$ օպերատորների ընտանիքը, որոնց կորիզները գրվում են ինտեգրո-ցուցչային ֆունկցիաների միջոցով: Ապացուցվում է, որ այդ օպերատորը $d = 0$ դեպքում կարելի է ներկայացնել $W_{\mathcal{L}}^0(-sgn)$ տեսքով, որտեղ $\mathcal{L}$ օպերատորի պոտենցիալը առանց անդրադարձման

$$v(x) = \frac{2\mu m e^{\mu x}}{m^2 + 2\mu e^{2\mu x}}, \quad m, \mu > 0$$

ֆունկցիան է: Այդ ներկայացումը թույլ է տալիս $d \neq 0$ դեպքում կառուցել T_d օպերատորի հակադարձը, իսկ $d = 0$ դեպքում ընդհանրացված հակադարձը:

(C) $L_2(\mathbb{R}_+)$ տարածությունում սահմանվում է փաթեթի տիպի $\mathcal{T}$ օպերատոր, որը ներկայացվում է $\mathcal{L}$ -վիներ-Հոպֆի օպերատորի տեսքով, որտեղ $\mathcal{L}$ -ի ցրման տվյալները հետևյալն են. $r_+(\lambda) = -1/(\lambda^2 + 1)$ անդրադարձման գործակիցն է, սեփական արժեքներ չկան: Նշված ներկայացումը թույլ է տալիս դուրս գրել $\mathcal{T}$ օպերատորի ֆրեդհոլմության անհրաժեշտ և բավարար պայմանները, ինչպես նաև արտածել ինդեքսի բանաձևը:

(D) $W_m^0(a)$ և $W_m(a)$ մատրիցային օպերատորների համար ստացվել են համապատասխանաբար $L_2^n(\mathbb{R})$ և $L_2^n(\mathbb{R}_+)$ տարածություններում հակադարձելիության և ֆրեդհոլմության հայտանիշները:

Ատենախոսությունը բաղկացած է ներածությունից, հինգ գլուխներից և գրականության ցանկից:

Առաջին երկու գլուխը կրում են նախնական բնույթ, բացառությամբ կշռային տարածություններում անընդհատ սիմվոլով Հանկելյան օպերատորի կոմպակտության փաստը, որն ունի առանձին հետաքրքրություն:

Երրորդ գլխում ապացուցված է (A)-ն, չորրորդ գլխում ապացուցված է (B)-ն և (C)-ն, հաղթահարվել են մի շարք տեխնիկական խնդիրներ: Հինգերորդ գլուխը նվիրված է (D) խնդրի լուծմանը:

Աշխատանքում կան որոշ տպագրական վրիպակներ: Մասնավորապես ներածությունում (եջ 5) կշռային տարածության նորմի սահմանման մեջ $w(x)$ -ի փոխարեն պետք է լինի $w^p(x)$: Էջ 43-ում $\mathcal{P}_{k,s}$ օպերատորների դասի սահմանման մեջ արժեքների տիրույթը պետք է լինի հատումը ըստ բոլոր կշիռների՝

$\bigcap_{w \in A_p(\mathbb{R}_+)} L_p(\mathbb{R}_+, w)$: Էջ 49-ում լեմմա 3.2.1-ի ապացույցի մեջ ինտեգրալային անհավասարությունում բաց է թողնվել հաստատունը: Էջ 73-ում թեորեմ 4.2.1-ում Q -ի փոխարեն պետք է լինի T :

Բերված դիտողությունները չեն ազդում ատենախոսությունում ստացված արդյունքների ընդհանուր գնահատականի վրա: Գ. Ա. Կիրակոսյանի ատենախոսությունը հանդիսանում է կարևոր ներդրում ինտեգրալային հավասարումների տեսության մեջ: Ատենախոսության արդյունքները շարադրված են հստակ և խիստ մաթեմատիկորեն ապացուցված են: Սեղմագիրը ճիշտ է արտացոլում ատենախոսության բովանդակությունը: Ստացված արդյունքները տպագրվել են 5 գիտական հոդվածներում, որոնցից 3-ը ընդգրկված են միջազգային Scopus շտեմարանում:

Գտնում եմ, որ ատենախոսությունը համապատասխանում է ՀՀ ԲԿԳԿ-ի բոլոր պահանջներին, իսկ հեղինակ Գրիգոր Արմենի Կիրակոսյանը արժանի է Ա.01.02 դիֆերենցիալ հավասարումներ և մաթեմատիկական ֆիզիկա մասնագիտությամբ ֆիզիկա-մաթեմատիկական գիտությունների թեկնածուի գիտական աստիճանի շնորհմանը:

15 մայիսի 2025թ.

Պաշտոնական ընդդիմախոս
Ֆ.մ.գ. թեկնածու, դոցենտ

Գ. Շահինյան

Գ. Ս. Հակոբյան

Գ. Ս. Հակոբյանի ստորագրությունը հաստատում եմ

ԵՊՀ գիտ. քարտուղար

Մ. Վ. Հովհաննիսյան

Մ. Վ. Հովհաննիսյան

