

**ОТЗЫВ официального оппонента
на диссертацию на соискание ученой степени
кандидата технических наук**

Варданяна Эдгара

**на тему: «Замыкание моментов и его применение в машинном обучении
и эволюции»**

**по специальности 05.13.05 «Математическое моделирование, численные
методы и комплексы программ»**

Диссертация Эдгара Варданяна в основном посвящена нахождению первых моментов сложных динамических систем и исследованию того, насколько адекватно полученные на этом пути аппроксимации описывают реальное поведение системы. Построение моментных цепочек является достаточно традиционным методом перехода от кинетических к гидродинамическим моделям, однако обоснования законности такого перехода, как правило, очень трудно, и на практике приходится для исследования погрешности аппроксимации и условий, при которых аппроксимация адекватна, проводить численный эксперимент.

В настоящей диссертации с целью проверки законности аппроксимации тестируются различные важные модели. Это, прежде всего, модель квазивидов, использующаяся как для описания эволюции вирусов, так и в различных междисциплинарных исследованиях, например, она может быть использована для моделирования искусственного интеллекта (1 и 2 главы диссертации). Далее, метод применен к эволюционной теории игр, в которой учитывается зависимость приспособленности от стратегий внутри популяции. Исследована, в частности, модель эволюционных игр с рождением и смертью конечной популяции (модель Морана) (3 глава). В 4 главе метод, разработанный в диссертации, применен к динамике обучения в нейронных сетях на основе теории Хебба, согласно которой увеличение синаптической эффективности между двумя нервными клетками происходит в результате их одновременной активации. В диссертации моментная аппроксимация была применена для некоторой модификации правила Хебба (правила Ожа) для анализа стохастической динамики нейронной сети.

Первые моменты подчиняются достаточно простым уравнениям и могут быть явно найдены. В диссертации показано, что приближение на основе уже первых двух моментов (математического ожидания и дисперсии) часто приводит к удовлетворительным результатам. Это может быть объяснено тем, что исходное распределение близко к гауссовскому, поскольку для гауссовского распределения все моменты выражаются через первые два. Для более сложных распределений, например, несимметричных или медленно убывающих на бесконечности, становятся важны моменты более высокого порядка.

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и библиографии. Во введении описаны модели, которые изучались в диссертации, методы исследования и основные результаты. Глава 1 касается моделей квазивидов для случайно меняющегося ландшафта приспособленности с рекомбинацией и модели мутатора с асимметричными переходами. В главе 2 содержится изложение метода замыкания моментной цепочки. Обсуждается динамика модели Райта-Фишера и разные версии модели Кроу-Кимуры для конечной популяции. В частности, рассматриваются двух- и трехаллельные модели. Глава 3 посвящена эволюционным играм в конечной популяции для модели Морана. Обсуждаются как метод замыкания моментов, так и подход Гамильтона-Якоби. Глава 4 касается теории машинного обучения в модели Хебба. Получено решение, которое связывает стационарную дисперсию параметров модели со скоростью обучения с помощью простого линейного уравнения. Проведено сравнение результатов, полученных прямым моделированием движения агента в стохастической среде с результатами, которые дает метод замыкания моментной цепочки.

В заключении перечисляются основные результаты, выносимые на защиту.

Хочу подчеркнуть, что тема, развиваемая диссертантом, несомненно, актуальна и очень востребована. Результаты диссертации полностью и подробно обоснованы и апробированы, они являются новыми.

Результаты исследования полностью опубликованы в 7 печатных работах (5 из них из WoS/Scopus), они докладывались на нескольких семинарах.

Диссертация написана достаточно подробно и аккуратно.

Перейду к замечаниям.

1. Не все значения многочисленных параметров объяснены. Например, на стр.20 без объяснения возникает параметр s . Та же проблема с формулой (2.5).
2. В конце пункта 1.3 содержится отсылка к статье [23] по поводу деталей решения и численных результатов. Текст диссертации, по моим представлениям, должен содержать все детали.
3. На стр.30 идет речь о разложении в ряд Тейлора, но не сказано, в какой точке.
4. В начале стр.39 вводится функция J . Цель ее введения непонятна, нигде далее она не используется.
5. В системе обыкновенных дифференциальных уравнений (2.39), основополагающей для вычисления моментов, содержатся параметры s (вектор) и u (неясно, вектор или матрица, или это разные объекты) без объяснений. На рисунке 2.4 u – конкретное число. Хотелось бы видеть систему (2.39) для тех случаев, в которых проводились вычисления.
6. В (2.39) часть величин стоит в знаменателе. Откуда следует, что знаменатель не обращается в ноль?
7. Не все результаты, касающиеся модели Морана, отражены в диссертации. Например, нет важной публикации E. Baake and T. Hustedt. Moment closure in a Moran model with recombination. Markov Proc. Relat. Fields, 17:429–446, 2011

8. В диссертации содержится некоторое количество опечаток. В частности, список литературы оформлен неаккуратно. Например, книгу [1] написали два автора – Кроу и Кимура, тогда как указан только один.
9. Существует много способов замыкания моментных цепочек (например, [33]). Хотелось бы видеть обсуждение возможности их сравнения.

Вместе с тем, указанные замечания не умаляют значимости диссертационного исследования.

Таким образом, соискатель Эдгар Варданян продемонстрировал, что он является сформировавшимся самостоятельным исследователем. Он, несомненно, заслуживает присуждения ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.13.05 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»

Официальный оппонент:
доктор физико-математических наук,
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего
образования «Московский государственный
университет имени М.В. Ломоносова»,
кафедра дифференциальных уравнений,
профессор

Розанова Ольга Сергеевна



подпись

Дата подписания:

2 06.2025

Контактные данные:

тел.: +7 916 564 82 02, e-mail: rozanova@mech.math.msu.su

Специальность, по которой официальным оппонентом
защищена диссертация:

01.01.02 Дифференциальные уравнения и математическая физика

Адрес места работы:

119991, ГСП-1, Москва, Ленинские горы, МГУ, д.1, Главное
здание, механико-математический факультет,

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Московский государственный университет имени
М.В. Ломоносова»

Тел.: +7 495 939 12 63; e-mail: rozanova@mech.math.msu.su

Подпись сотрудника МГУ имени М.В. Ломоносова О.С. Розановой удостоверяю:

Вед. спец. и с/к *О.С. Розанова* / *О.С. Розанова* Н.А.
И.О. Фамилия
дата 2.06.2025г

