

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ՊՈԼԻՏԵԽՆԻԿԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ

Վահե Հրաչի Իսպիրյան

**Ուղղաձիգ վերթիռով և վայրէջքով թևավոր անօդաչու թռչող սարքի
ռոբաստ կառավարման համակարգի մշակումը**

Ե.13.01 «Կառավարում, կառավարման համակարգեր և դրանց տարրերը»
մասնագիտությամբ տեխնիկական գիտությունների թեկնածուի գիտական
աստիճանի հայցման ատենախոսության սեղմագիր

Երևան 2025

NATIONAL POLYTECHNIC UNIVERSITY OF ARMENIA

Vahe Hrach Ispiryan

**Development of a robust control system for a winged unmanned aerial vehicle with
vertical takeoff and landing**

Abstract of the dissertation for the Degree of Doctor of Philosophy (Ph. D.) in
Engineering in the specialty “Control, Control Systems and Their Components
(05.13.01)”

YEREVAN 2025

Ատենախոսության թեման հաստատվել է Հայաստանի ազգային պոլիտեխնիկական համալսարանում (ՀԱՊՀ):

Գիտական ղեկավար՝ տ.գ.դ. Օլեգ Նիկոլայի Գասպարյան

Պաշտոնական ընդդիմախոսներ՝ ֆ.մ.գ.դ. Արմենակ Հովհաննեսի Բաբայան
տ.գ.թ. Արամ Հայկազի Բաղիյան

Առաջատար կազմակերպություն՝ Երևանի Պետական Համալսարան

Ատենախոսության աշտպանությունը կայանալու է 2026 թվականի հունվարի 23-ին, ժամը 14:00-ին, ՀԱՊՀ-ում գործող «Կառավարման և ավտոմատացման» 032 մասնագիտական խորհրդի նիստում (հասցեն՝ 0009, Երևան, Տերյան փ., 105, 17 մասնաշենք) :

Ատենախոսությանը կարելի է ծանոթանալ ՀԱՊՀ-ի գրադարանում:

Սեղմագիրն առաքված է 2025 թ. նոյեմբերի 27-ին:

032 Մասնագիտական խորհրդի

գիտական քարտուղար, տ.գ.թ.

Անուշ Վազգենի Մելիքյան

The dissertation topic was approved at the National Polytechnic University of Armenia.

Scientific Advisor: D. Sc. (Tech.) Oleg Nikolay Gasparyan

Official opponents: D. Sc. (Phys.-Math. Sci.). Armenak Hovhannes Babayan
Ph.D. Aram Haykaz Baghiyan

The leading organization: Yerevan State University

The dissertation defense will take place on 23rd of January 2026, at 14:00, at the meeting of the Professional Council 032 "Management and Automation", operating in NPUA (address: 0009, Yerevan, Teryan st. 105, building 17).

The dissertation is available in the NPUA library.

The abstract has been delivered on 27th of November.

Academic Secretary of the

032 Professional Council, Ph.D.

Anush Vazgen Melikyan

GENERAL CHARACTERISTICS OF THE THESIS

Relevance of the topic. Unmanned aerial vehicles (UAVs), including fixed-wing UAVs with vertical take-off and landing (VTOL), currently find exceptionally wide applications in various civilian and military domains, including: monitoring the technical condition of bridges, railway tracks, power lines, and main gas pipelines; traffic control and fire detection; search-and-rescue operations and border security; agricultural and geological surveys; reconnaissance and striking enemy targets in military scenarios, and many others.

The development of efficient control systems for multi-rotor UAVs and fixed-wing UAVs with VTOL involves a complex set of scientific, technical, and practical challenges. These challenges require consideration of numerous factors, such as maintaining operability under various operating conditions, ensuring the required technical characteristics like stability, precise trajectory tracking in the presence of external disturbances, etc.

The development of control systems for UAVs with VTOL has been extensively addressed in many scientific publications. These works, based on modern methods of feedback control, examine the selection of controllers that ensure stability and meet the required dynamic and accuracy characteristics of UAV control systems in various flight modes.

However, relatively little attention has been paid to methods for analyzing the robustness of the VTOL UAV control systems, considering the structural and functional features of these systems. This emphasizes the relevance of developing effective methods for studying the robustness of feedback control systems for main UAV types and fixed-wing UAVs with VTOL based on modern multivariable control theory.

Objective and research tasks. The aim of this dissertation is to develop engineering methods for designing and analyzing the robustness of feedback control systems for UAVs with VTOL, considering their kinematic and structural features, and enabling the selection of system controllers based on the standard and well-known methods of classical control theory.

To achieve this aim, the following tasks were formulated and addressed:

1. Development of methods and computer programs for analyzing the stability robustness of control systems for multi-rotor UAVs and fixed-wing UAVs with VTOL, considering possible motors efficiency losses.
2. Development of methods for analyzing stability robustness of UAVs' control systems under additive and multiplicative uncertainties with different and identical controllers in the separate channels of the system.
3. Development of methods for analyzing the stability robustness of multidimensional uniform control systems with an arbitrary number of inputs and outputs under additive and multiplicative uncertainties in the individual matrix blocks.
4. Development of a graphical user interface (GUI) working in the MATLAB environment for robustness analysis, controller parameter selection, and dynamic investigation of the UAVs' control systems.

Research methods. In the dissertation, there are used the methods from matrix calculus and linear algebra, theoretical mechanics, classical feedback control, multivariable control theory, robustness theory, and numerical methods for computer design and simulation of dynamic systems in the MATLAB environment.

Scientific novelty. The following novel scientific results were achieved during the research:

1. Methods for analyzing stability robustness of UAVs' control systems under arbitrary additive and multiplicative parameter uncertainties in cases of identical or different controllers in the separate channels of the system.

2. Methods for analyzing stability robustness of a general class of linear multidimensional uniform control systems, i.e., the multivariable control systems with identical transfer functions of separate channels and rigid cross-connections, for cases of additive and multiplicative uncertainties in the matrix blocks of the system.

3. Simple graphical criteria for analyzing UAVs' control systems robustness on the characteristic gain loci (characteristic transfer functions' hodographs) planes of the open-loop system's transfer matrix, which facilitate the selection of the separate channels' controllers based on the classical methods of feedback control. Geometric interpretations of these graphical stability criteria on the Nyquist, Bode, and Nichols planes were provided.

Practical significance. The developed methods, algorithms, and software tools can be used in the design and analysis of robustness of feedback control systems of multi-rotor UAVs and UAVs with VTOL, that are utilized in various technical and industrial fields. The developed GUI can be used for computer-aided design and robustness analysis of the main types of the UAVs' control systems kinematic configurations of the propellers.

The methods, algorithms, and programs have been utilized at the Center of Aerial Robotics of the NPUA in the development and robustness analysis of various UAVs' control systems.

Key points proposed for defense:

1. The set of developed methods for analyzing the stability robustness of control systems for multi-rotor UAVs and fixed-wing UAVs with VTOL, based on the characteristic transfer function method.

2. The developed methods and graphical procedures for analyzing the stability robustness of multidimensional uniform control systems with arbitrary numbers of inputs and outputs under additive and multiplicative uncertainties in matrix blocks.

3. The GUI and computational programs in MATLAB environment for automated stability robustness analysis and dynamic modeling of the UAVs' control systems.

The main theoretical and practical results of the research have been reported at:

- Annual scientific conferences of the NPUA (Yerevan, 2022–2023),
- The International Conference on Computer Science and Information Technologies (CSIT 2021, 2023),
- Seminars of the “Control Systems” department and the Center of Aerial Robotics of the NPUA.

Publications. The main results have been published in six scientific papers [1-6]:

1. **Gasparyan O.N., Ispiryan V.H., Melkonyan G.A., Simonyan T.A.** ROBUSTNESS ANALYSIS OF UAVS' CONTROL SYSTEMS IN CASE OF MOTORS' PARTIAL EFFICIENCY DEGRADATION// Bulletin of High Technology, N1(25) 2023. -pp. 67-80.
2. **Гаспарян О.Н., Испирян В.Г., Мелконян Г.А.** АНАЛИЗ РОБАСТНОСТИ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ БЕСПИЛОТНЫМИ ЛЕТАТЕЛЬНЫМИ АППАРАТАМИ ПРИ ЧАСТИЧНОЙ ПОТЕРЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ МОТОРОВ// Հայաստանի Ազգային Պոլիտեխնիկական Համալսարան, լրաբեր, գիտական հոդվածների ժողովածու ՄԱՍ 1, 2023.- էջ 166-173.
3. **Испирян В.Г.** АНАЛИЗ РОБАСТНОСТИ ОДНОТИПНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ПРИ МУЛЬТИПЛИКАТИВНЫХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЯХ// Հայաստանի Ճարտարագիտական Ակադեմիայի Լրաբեր, հատոր 20, համար 2, 2023թ.- էջ 170- 174.
4. **Gasparyan O., Buniatyan L., Ispiryan V.** Robustness Analysis of Multivariable Uniform Control Systems// CSIT Conference 2023, Yerevan, Armenia. September 25 – 30, pp. 182-185,
5. **Ispiryan V.** STABILITY ROBUSTNESS OF CONTROL SYSTEMS OF MULTIROTOR UNMANNED AERIAL VEHICLES// “European university”, collection of scientific articles, 15(01) 2024, ISSN 1829-4359.- pp. 184-191.
6. **Gasparyan O.N., Ispiryan V.H., Buniatyan L.M., Melkonyan G.A.** ROBUSTNESS OF UNIFORM CONTROL SYSTEMS WITH MULTIPLICATIVE UNCERTAINTIES// Հայաստանի գիտությունների ազգային ակադեմիայի և Հայաստանի Ազգային Պոլիտեխնիկական Համալսարանի Տեղեկագիր, տեխնիկական գիտությունների սերիա, հատոր LXXVII N2 2024.- էջ 223-233.

Structure and volume of the work. The dissertation consists of an introduction, five chapters, a conclusion, and a list of references (111 sources). The total volume of the dissertation is 125 pages, including 101 figures. The dissertation is written in English.

MAIN CONTENT OF THE WORK

Introduction justifies the relevance of the dissertation topic, formulates the aim and objectives of the work, and presents its scientific novelty, practical significance, main provisions submitted for defense.

In Chapter 1, there are presented classification and applications of multirotor and fixed-wing UAVs, and short review of methods of their control systems implementation

It is noted that the most common types of VTOL UAVs are based on a hybrid model combining a multirotor UAV and a fixed-wing UAV (Fig. 1.1). Such a combination allows them to preserve the best aspects of both multirotor and winged UAVs, compensating for each other's drawbacks in different flight conditions. From a control system perspective, hybrid UAVs integrate two essentially independent control systems for horizontal flight and vertical takeoff and landing modes.



Fig.1.1. Hybrid VTOL UAVs

The review of the UAVs' control systems revealed that linear controllers, particularly PID controllers, are the most used in commercial projects. However, relatively little attention in the scientific and technical literature has been devoted to the methods for designing and analyzing the robustness of the UAVs' control systems, taking into account the kinematic and structural characteristics of UAVs.

In Chapter 2, there are considered the key ideas and concepts concerning canonical representations of multi-input multi-output (MIMO) control systems with the help of the characteristic transfer functions (CTF) method, as well as some essentials of robust control.

The matrix block diagram of an N -dimensional linear control system is shown in Fig. 2.1, where $W(s)$ is the transfer matrix of the open-loop systems.

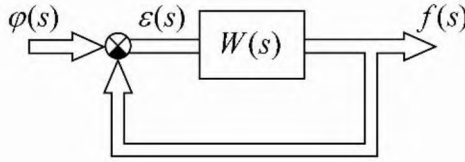


Fig. 2.1. Block-diagram of the MIMO control system

Based on the method of the CTFs, the transfer matrices of the open-loop $W(s)$ and closed-loop $\Phi(s)$ and $\Phi_e(s)$ system with respect to output $f(s)$ and error $\varepsilon(s)$ vectors can be represented in the following canonical forms:

$$W(s) = C(s) \text{diag}\{q_i(s)\} C^{-1}(s) \quad (2.1)$$

$$\Phi(s) = [I + W(s)]^{-1} W(s) = C(s) \text{diag}\left\{\frac{q_i(s)}{1 + q_i(s)}\right\} C^{-1}(s) \quad (2.2)$$

$$\Phi_e(s) = [I + W(s)]^{-1} = C(s) \text{diag}\left\{\frac{1}{1 + q_i(s)}\right\} C^{-1}(s), \quad (2.3)$$

where $q_i(s)$ are the CTFs of the open-loop system, and $C(s)$ is a modal matrix composed of the normed eigenvectors (axes of the canonical basis) of the transfer matrix $W(s)$. A visual geometric interpretation of the internal structure of the open-loop and closed-loop MIMO systems is presented in Fig. 2.2.

The characteristic equation of the closed-loop system has the form:

$$\det[I + W(s)] = \prod_{i=1}^N [1 + q_i(s)] = 0. \quad (2.4)$$

It shows that for stability of the cross-connected N -dimensional system in Fig. 2.1 it is needed that all N one-dimensional characteristic systems with open-loop transfer functions $q_i(s)$ be stable.

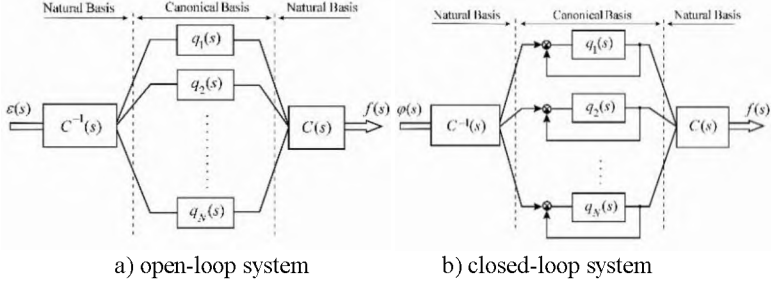


Fig. 2.2. Canonical representation of the MIMO control system

It is presented the multidimensional Nyquist criterion which states that the closed-loop MIMO system in Fig. 2.1 is stable ff none of the characteristic hodographs $q_i(j\omega)$ of the open-loop system encircles the critical point $-1, j0$ (Fig. 2.3)

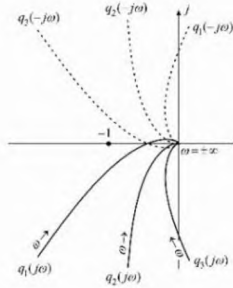


Fig. 2.3. Characteristic gain loci of a stable MIMO system ($N = 3$)

In Section 2.1, it is also considered the class of uniform MIMO systems, that is MIMO systems with identical transfer functions $w(s)$ of separate channels and rigid cross-connections described by a square numerical matrix R (Fig. 2.4).

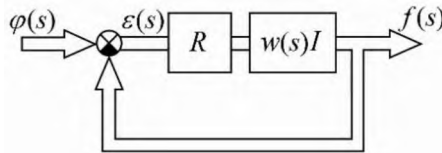


Fig. 2.4. Matrix block diagram of a uniform MIMO system

Section 2.2 presents some basic notions of robust control. It is presented the Basic Perturbation Model (BPM), which is shown in Fig. 2.5.

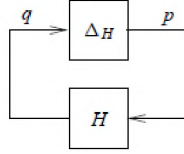


Fig. 2.5. Basic Perturbation Model

Sufficient conditions for the feedback loop in Fig. 2.5 are given by the Small Gain Theorem which states that the BPM is internally stable if and only if

$$\|H\| \cdot \|\Delta_H\| < 1, \quad (2.5)$$

where $\|\cdot\|$ is the norm induced by the signal norm. The materials of Chapter 2 are used in Chapter 4 for developing the methods of analysis of stability robustness of the hybrid fixed-wing UAVs' control systems in the VTOL modes.

Chapter 3 is devoted to the general issues of mathematical modeling of the dynamics and structural features of hybrid VTOL UAVs' control systems in the vertical take-off and landing modes. Section 3.1 provides the rotation matrices for a body-fixed coordinate frame of a UAV relative to the inertial frame, expressed through Euler angles (roll, pitch, and yaw angles). The general nonlinear dynamic equations of the UAV's motion have the form:

$$m \frac{d^2 \xi}{dt^2} = -mgz_I + R \cdot F \quad (3.1), \quad J \frac{d\omega}{dt} + \omega \times (J\omega + Y_R \Omega) = \tau, \quad (3.2)$$

where the following notations are used: m – UAV's mass; g – gravitational constant; J – inertia tensor of the UAV; $\omega = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T$ – angular velocity vector of the body-fixed coordinate frame relative to the inertial frame; J_R – identical inertia moments of motors with propellers; Ω – total angular velocity of the rotors.

The kinematic interconnections between separate channels of the UAV control system are considered, taking into account possible partial loss of motor efficiency. A generalized matrix block diagram of the linearized control system for hybrid multirotor UAVs in the VTOL mode is presented (Fig. 3.1).

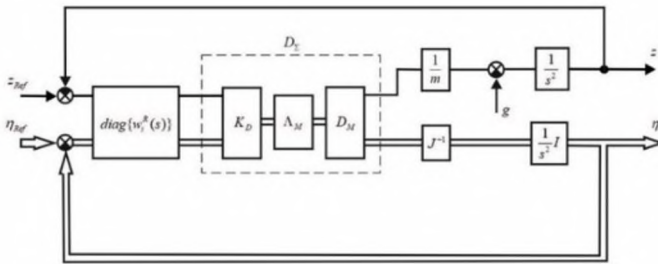


Fig. 3.1. Structural diagram of a hybrid UAV control system in the VTOL mode

The numerical matrix D_M of kinematic cross-connections between separate channels in Fig. 3.1 depends on the geometric features of the UAV, the number of rotors N , etc. The matrix

$$\Lambda_M = \text{diag}\{\lambda_i^M\}, \text{ where } \lambda_i^M \ (0 < \lambda_i^M \leq 1) \quad (3.3)$$

characterizes possible loss of motors efficiency, and the regulator matrix K_D in Fig. 3.1 is chosen based on the condition $K_D = D_M^{-1}$ for $N = 4$ or $K_D = D_M^+$ for $N > 4$, where D_M^+ denotes the pseudoinverse matrix for D_M . The transfer functions of PID regulators in separate channels are denoted by $w_i^R(s)$.

Section 3.2 presents also an equivalent (transformed) matrix block diagram of the UAV's control system, which is more convenient for analysis of the stability robustness of the control systems in the VTOL mode (Fig. 3.2).

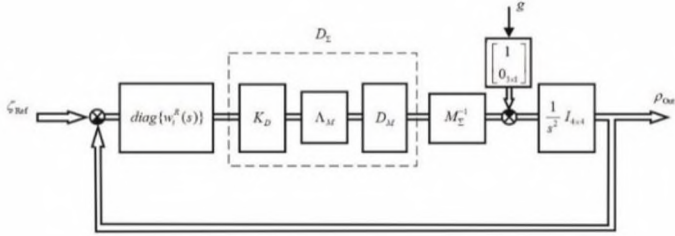


Fig. 3.2. Transformed structural diagram of a hybrid UAV control system in the VTOL mode

The four-dimensional vectors ζ_{Ref} , ρ_{Out} , and the diagonal 4×4 matrix M_Σ in Fig. 3.2 are given by the following expressions:

$$\zeta_{Ref} = \begin{bmatrix} z_{Ref} \\ \eta_{Ref} \end{bmatrix}, \quad \rho_{Out} = \begin{bmatrix} z \\ \eta \end{bmatrix}, \quad M_\Sigma = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_z \end{bmatrix}. \quad (3.3)$$

Sections 3.3 and 3.4 discuss the transfer matrices and stability analysis of the UAV control system with different PID regulators in separate channels in case of partial losses of motors efficiency.

The transfer matrix of the open-loop UAV control system in the VTOL mode has the form:

$$W(s) = \frac{1}{s^2} M_\Sigma^{-1} D_\Sigma \text{diag}\{w_i^R(s)\}, \text{ where } D_\Sigma = D_M \Lambda_M K_D \quad (3.4)$$

and the stability of the closed-loop system is determined by the distribution of roots of the characteristic equations

$$\det[I + W(s)] = \det[s^2 I + M_\Sigma^{-1} D_\Sigma \text{diag}\{w_i^R(s)\}] = 0. \quad (3.5)$$

In the case of normally functioning motors, all λ_i^M in (3.3) are equal to 1, i.e., $\lambda_i^M = 1$. The matrices Λ_M (3.3) and D_Σ (3.5) then reduce to identity matrices, and the control system in Fig. 3.2 decomposes into four independent single-input single-output control systems. If all $w_i^R(s)$ regulators in (3.4) are identical, that is $w_i^R(s) = w_R(s)$, instead of (3.4) we can write down

$$W(s) = w(s)R, \quad (3.6)$$

where $w(s) = w_R(s) / s^2$ and $R = M_{\Sigma}^{-1} D_{\Sigma}$. This implies that for $w_i^R(s) = w_R(s)$ the control system of the hybrid UAV in the VTOL mode belongs to the class of uniform MIMO systems.

Section 3.5 presents the most commonly used in practice motor configurations for hybrid UAVs in the VTOL mode, and the corresponding matrices of kinematic interconnections between separate channels.

Chapter 4 is devoted to the methods of stability robustness analysis of hybrid UAV's control systems in the VTOL mode. The Basic Perturbation Model (BPM) of a linear MIMO control system is shown in Fig. 4.1.

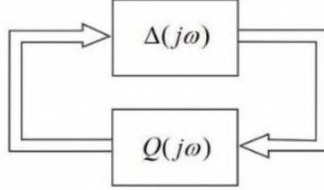


Fig. 4.1. Basic perturbation model of a linear MIMO control system

For stability of the MIMO system with uncertainty $\Delta(j\omega)$ in Fig. 4.1 it is sufficient that for all frequencies ω , the following condition holds:

$$\|Q(j\omega)\| < 1 / \|\Delta(j\omega)\| \quad \forall \omega \in [-\infty, \infty] \quad (4.1)$$

with $\|\cdot\|$ denoting the spectral norm of the corresponding matrix, or

$$\|Q(j\omega)\|_{\infty} < 1 / \|\Delta(j\omega)\|_{\infty} \quad (4.2)$$

where $\|\cdot\|_{\infty}$ stands for the Hardy norm [3] determined for any transfer matrix $S(j\omega)$ as the strict upper bound of the largest singular value (denoted as $\bar{\sigma}$) of the transfer matrix $S(j\omega)$ over the whole frequency range of ω ($0 \leq \omega \leq \infty$), and is equal to:

$$\|S(j\omega)\|_{\infty} = \sup_{\omega} \bar{\sigma}(S(j\omega)) \quad (4.3)$$

The matrix block-diagram of the perturbed UAV's control system in case of general additive uncertainties $\Delta_A(s)$ in the overall open-loop transfer matrix $W(s)$, assuming the uncertainties may occur in any elements (motors, sensors, and other mechanical or electrical devices) is presented in Fig. 4.2, where all uncertainties are accumulated in the additive perturbation matrix $\Delta_A(s)$.

It is shown in Section 4.2 that the sufficient condition (4.1) for the perturbed system in Fig. 4.2 has the following form:

$$\sup_{\omega} \left[\max_i \frac{1}{|1 + w_i(j\omega)|} \right] \leq \frac{1}{\|\Delta_A\|} \quad (4.4)$$

where $w_i(j\omega)$ ($i = 1, 2, 3, 4$) denote the transfer functions of separate channels of the UAV's open-loop control system in case of $\Lambda_M = I$ and no other perturbations.

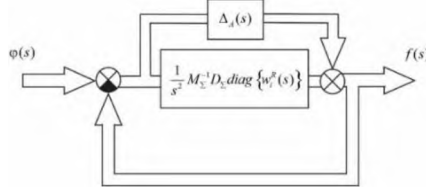


Fig. 4.2. Block-diagram of the perturbed UAV's control system with general additive uncertainties $\Delta_A(s)$

If we pass in (4.12) to the equality sign, then that condition is reduced to the form:

$$\left[\text{Re}\{w_i(j\omega)\} + 1 \right]^2 + \left[\text{Im}\{w_i(j\omega)\} \right]^2 = \|\Delta_A\|^2. \quad (4.5)$$

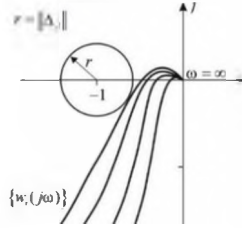


Fig. 4.3. Analysis of stability robustness in case of general additive uncertainties

Geometrically, this expression determines on the complex plane of the Nyquist hodograph $w_i(j\omega)$ a circle with the center at the point $\{-1, j0\}$ and the radius equal to $r = \|\Delta_A\|$ (Fig. 4.3). The allowable value $\|\Delta_A\|$ is determined by the minimal radius of the circle, which touches the hodographs $w_i(j\omega)$ for all i ($i = 1, 2, 3, 4$). Note that for $\|\Delta_A\| \rightarrow 0$, the circle shrinks to the critical point $\{-1, j0\}$.

The matrix block-diagram of the perturbed UAV's control system in case of general multiplicative uncertainties $\Delta_M(j\omega)$ is presented in Fig. 4.4.

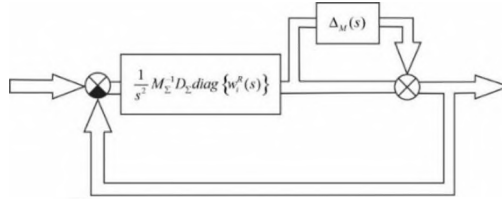


Fig. 4.4. Block-diagram of the perturbed UAV's control system with general multiplicative uncertainties $\Delta_M(s)$

It is shown in Section 4.3 that the sufficient condition of stability robustness in this case can be written in the form:

$$\sup_{\omega} \left[\max_i \left| \frac{w_i(j\omega)}{1 + w_i(j\omega)} \right| \right] \leq \frac{1}{\|\Delta_M\|}. \quad (4.6)$$

Passing in (4.6) to the equality sign, this condition can be rewritten in the form:

$$\left[\operatorname{Re}\{w_i(j\omega)\} + \frac{1}{1 - \|\Delta_M\|^2} \right]^2 + \left[\operatorname{Im}\{w_i(j\omega)\} \right]^2 = \frac{\|\Delta_M\|^2}{(1 - \|\Delta_M\|^2)^2} \quad (4.7)$$

Geometrically, this expression determines on the complex plane of the hodograph $w_i(j\omega)$ a “forbidden” circle with the center at the point $c = \{-1 / (1 - \|\Delta_M\|^2), j0\}$ and the radius equal to $r = \|\Delta_M\| / (1 - \|\Delta_M\|^2)$ (Fig. 4.5).

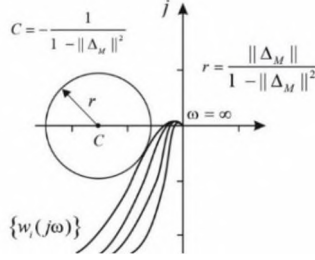


Fig. 4.5. Analysis of stability robustness in case of general multiplicative uncertainties

Sections 4.4 and 4.5 are devoted to the stability robustness analysis of uniform MIMO systems (Fig. 2.4) of an arbitrary dimension with additive and multiplicative uncertainties of separate matrix blocks of the open-loop system. In Fig. 4.6 and 4.7, there are presented the matrix block-diagrams of uniform systems with additive perturbations of the numerical matrix R and the transfer matrix $w(s)I$.

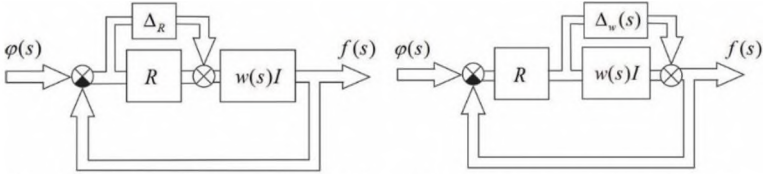


Fig. 4.6. Additive perturbation of R

Fig. 4.7. Additive perturbation of $w(s)I$

It is shown in Section 4.4 that for the case of additive perturbations of the matrix R , the sufficient condition for stability robustness has the following form:

$$\max_i \left| \frac{w(j\omega)}{1 + \lambda_i w(j\omega)} \right| < \frac{1}{\nu(C) \|\Delta_R\|}, \quad (4.8)$$

where

$$\nu(C) = \|C\| \cdot \|C^{-1}\| \geq 1 \quad (4.9)$$

is the condition number of the modal matrix C .

Expression (4.8) allows giving a simple geometrical interpretation to the robust condition (4.1). Replacing the sign $<$ in (4.8) by the equality sign, after some simple algebraic manipulations that condition can be rewritten in the following form:

$$\left[\operatorname{Re}\{\lambda_i w(j\omega)\} + \frac{\alpha_i^2}{\alpha_i^2 - 1} \right]^2 + \left[\operatorname{Im}\{\lambda_i w(j\omega)\} \right]^2 = \frac{\alpha_i^2}{(\alpha_i^2 - 1)^2}, \quad \alpha_i = \frac{|\lambda_i|}{v(C)\|\Delta_R\|}. \quad (4.10)$$

Geometrically, this expression determines on the complex plane of the i -th characteristic gain locus $\lambda_i w(j\omega)$ a circle with the center at the real point $c_i = -\alpha_i^2 / (\alpha_i^2 - 1)$ with and the radius $r_i = \alpha_i / (\alpha_i^2 - 1)$ (Fig. 4.8). The sufficient condition (4.8) is satisfied if the circles (4.10) do not intersect the corresponding graphs of $\lambda_i w(j\omega)$ for all $i = 1, 2, \dots, N$. Note that for $\|\Delta_R\| = 0$, all circles (4.10) reduce to the critical point $-1, j0$.

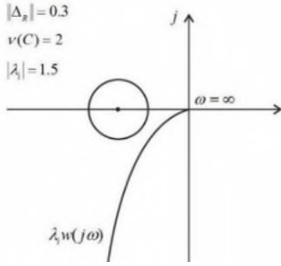


Fig. 4.8. Analysis of robustness: perturbations of the matrix R

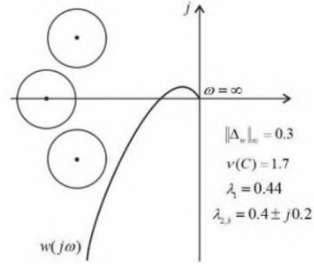


Fig. 4.9. Analysis of s robustness: perturbations of the r matrix $w(s)I$

It is shown that analogous transformations in case of additive perturbations of the scalar transfer matrix (Fig. 4.7) with the sufficient condition of stability robustness (4.2), bring to the following equation:

$$\left[\operatorname{Re}\{w(j\omega)\} + \operatorname{Re}\{1/\lambda_i\} \right]^2 + \left[\operatorname{Im}\{w(j\omega)\} + \operatorname{Im}\{1/\lambda_i\} \right]^2 = v^2(C)\|\Delta_w(j\omega)\|_\infty^2 \quad (4.11)$$

Geometrically, it determines on the complex plane of the one hodograph of $w(j\omega)$ N circles with the centers at the critical points $-1/\lambda_i$, where all circles have the same radius $r = v(C)\|\Delta_w(j\omega)\|_\infty$. For $N = 3$ this is illustrated in Fig. 4.9, where the radiuses of all circles are equal to $r = 0.51$.

Section 4.5 presents analysis of stability robustness of uniform MIMO systems with multiplicative perturbations of the numerical matrix R , transfer matrix $w(s)I$, as well as joint perturbations of the open-loop transfer matrix $W(s) = w(s)I$. All these three cases are illustrated in Fig. 4.10-4.12.

It is shown that if the following condition:

$$\max_i \left| \frac{\lambda_i w(j\omega)}{1 + \lambda_i w(j\omega)} \right| < \frac{1}{v(C)\|\Delta(j\omega)\|} \quad (4.12)$$

holds for all frequencies ω , then the sufficient condition (4.36) of stability robustness of the uniform system with any type of multiplicative uncertainties also holds.

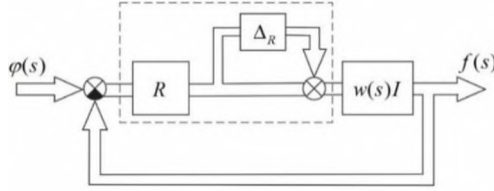


Fig. 4.10. Multiplicative perturbation of the numerical matrix R

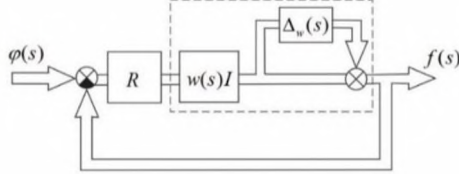


Fig. 4.11. Multiplicative perturbation of the transfer matrix $w(s)I$

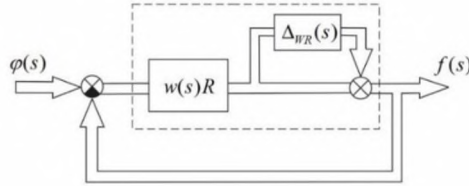


Fig. 4.12. Joint multiplicative perturbation of the open-loop transfer matrix $W(s)$

Geometrically, the expression (4.12) determines on the complex plane of N characteristic gain loci $\lambda_i w(j\omega)$ ($i = 1, 2, \dots, N$) a “forbidden” circle with the center at the real point $c = 1 / [(\nu(C)\|\Delta\|)^2 - 1]$ with the radius $r = \nu(C)\|\Delta\| / |1 - [\nu(C)\|\Delta\|]^2|$ (Fig. 4.13a). The sufficient condition (4.12) is satisfied if the graphs of $\lambda_i w(j\omega)$ do not intersect that “forbidden” circle.

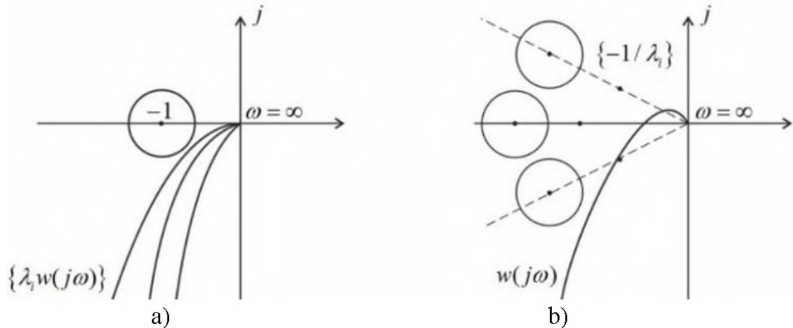


Fig. 4.13. Analysis of stability robustness in case of multiplicative perturbations

Condition (4.12) can be rewritten in an equivalent form:

$$\max_i \left| \frac{w(j\omega)}{1/\lambda_i + w(j\omega)} \right| < \frac{1}{\nu(C) \|\Delta(j\omega)\|}. \quad (4.13)$$

Geometrically, it determines on the complex plane of the hodograph $w(j\omega)$ of identical separate channels N “forbidden” circles with centers at the following points c_i and the radiuses r_i :

$$c_i = \frac{1}{\lambda_i} \frac{1}{\left[(\nu(C) \|\Delta\|)^2 - 1 \right]}, \quad r_i = \frac{1}{|\lambda_i|} \frac{\nu(C) \|\Delta\|}{\left[(\nu(C) \|\Delta\|)^2 - 1 \right]} \quad (i=1, 2, \dots, N), \quad (4.14)$$

where the centers c_i lie on the half-lines starting on the origin of the coordinate axes and passing through the critical points $-1/\lambda_i$. This is illustrated for $N=3$ in Fig. 4.13b. It is important to note that, as can be seen from (4.10) - (4.14), the radiuses of the “forbidden” circles are proportional to the condition number $\nu(C)$ (4.9) of the modal matrix C .

In Chapter 5, a Graphical User Interface (GUI) “GUI_RobustUAV” is presented Fig. 5.1). The GUI works in the MATLAB environment and is destined for automatic analysis of stability robustness of VTOL multirotor UAVs’ control systems, interactive selection of controllers, and dynamics analysis based on the frequency domain and root domain methods of classical and modern feedback control.

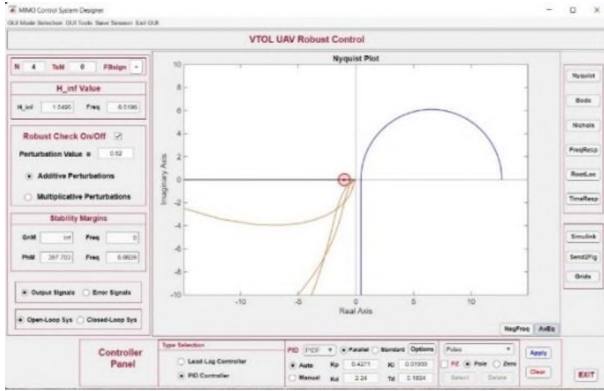


Fig. 5.1. GUI “GUI_RobustUAV”

The main features of the GUI “GUI_RobustUAV” are presented by the design procedure and dynamics investigation of a quadcopter having the following transfer matrix of the open-loop system:

$$W(s) = \frac{1}{s^2} M_{\Sigma}^{-1} = \frac{1}{s^2} \begin{bmatrix} 0.43478 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4.5372 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4.5372 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2.2686 \end{bmatrix}, \quad (5.1)$$

where it is supposed first that there are no losses of motors’ efficiency. Identical proportional-integral-differential (PIDF) controllers with the first-order filter were chosen

as the controllers for separate channels of the system. The application of the GUI has given the following transfer function of the controller:

$$W_{PIDF}(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + \frac{K_d s}{T_d s + 1} = 0.4271 + \frac{0.01999}{s} + \frac{2.24s}{0.1834s + 1} \quad (5.2)$$

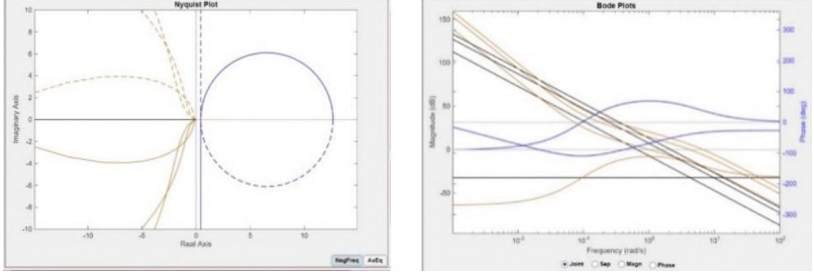
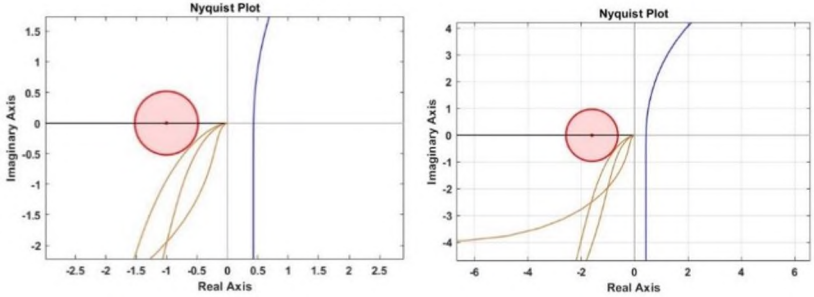


Fig. 5.2 Nyquist and Bode plots of the corrected control system

Nyquist and Bode plots of the corrected control system are shown in Fig. 5.2. All graphs produced by the GUI can be sent to a separate figure in MATLAB.FIG format This allows the user to save the figure in any graphic format (JPG, GIF, PNG, etc.).

The graphs in Fig. 5.3 illustrate analysis of stability robustness of the corrected system in case of $\Lambda_M = I$ on the Nyquist planes. The analysis showed that the allowed values of norms of perturbations that guarantee the stability robustness are 0.52 for additive (Fig. 5.3a) and 0.61 (Fig. 5.3b) for multiplicative perturbations.



a) additive perturbations $\|\Delta_A\|=0.52$ b) multiplicative perturbations $\|\Delta_M\|=0.61$

Fig. 5.3. Stability robustness analysis on the Nyquist plots

Consider now the analysis of stability robustness in case of motors' efficiency losses. Assume the matrix Λ_M in (3.7) has the form:

$$\Lambda_M = \begin{bmatrix} 0.7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.6 \end{bmatrix}. \quad (5.3)$$

Then the eigenvalues of the matrix R are equal to

$$\lambda_1 = 0.3242, \quad \lambda_2 = 3.7471, \quad \lambda_3 = 3.4093, \quad \lambda_4 = 1.6472 \quad (5.4)$$

The stability robustness analysis on the Nyquist and Nichols planes for the multiplicative uncertainty $\|\Delta_M\| = 0.021$ is shown in Fig. 5.4. This value is about 30 times as small as the corresponding allowable value $\|\Delta_M\| = 0.61$ in case of ideal motors.

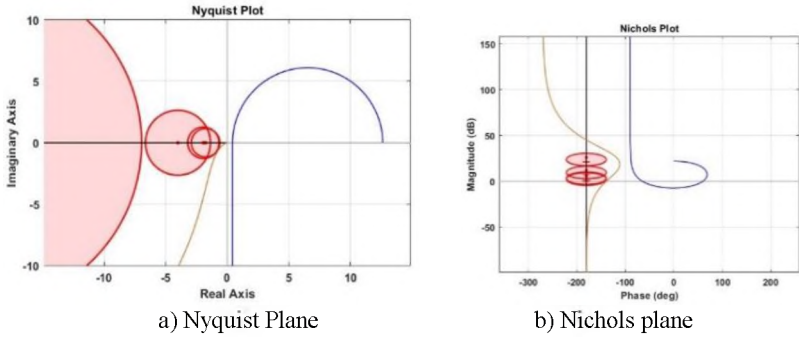


Fig. 5.4. Stability robustness analysis in case of loss of motors' efficiency

CONCLUSION

1. The dissertation is dedicated to developing methods for studying the stability robustness of control systems of multi-rotor UAVs and hybrid fixed-wing UAVs during vertical takeoff and landing, considering the structural and functional characteristics of these control systems, particularly possible partial losses of motors efficiency.
2. The analysis of stability robustness of the UAVs' control systems is based on the Basic Perturbation Model and the Small Gain Theorem, applied to multidimensional cross-connected feedback control systems. Parameters perturbations can be represented as additive or multiplicative matrix uncertainties, and sufficient conditions for stability robustness are expressed through the characteristic gain loci of the open-loop control system.
3. It is shown that, in the general case of additive uncertainties, the initial (not perturbed) UAV's control system represents a diagonal transfer matrix with respect to the system's output vector or, in other words, represents the system's complementary sensitivity matrix. For multiplicative uncertainties, the not perturbed system is described by a diagonal transfer matrix with respect to the error vector (or by the system's sensitivity matrix). A graphical interpretation of sufficient conditions of stability robustness is presented in the form of some "forbidden" areas ("forbidden" circles) on the plane of Nyquist hodographs of separate channels of the open-loop UAV's control system. This enables the user to design the regulators of separate system channels using well-known methods from classical (SISO) feedback control.
4. The problem of analyzing the stability robustness of a general class of uniform multidimensional control systems of arbitrary dimension N , i.e., multidimensional cross-connected systems with identical transfer functions of separate channels and

rigid cross-connections described by a numerical square matrix, is addressed. The class of uniform systems allows for a more detailed description (for $N=4$) of the hybrid UAV control system with identical regulators in separate channels in vertical takeoff and landing modes, in case of possible partial losses of motors efficiencies.

5. It is shown that, for both additive and multiplicative perturbations of the numerical matrix of rigid cross-connections or of the scalar matrix of identical transfer functions of separate channels of a uniform system, sufficient conditions for stability robustness require that the characteristic gain loci of the open-loop system do not intersect certain "forbidden" circles on the Nyquist plane. It is shown that the radii of these "forbidden" circles increase with the increase of the condition number of the system's modal matrix. This implies that the stability robustness of a uniform system deteriorates as the canonical basis of the system deviates from the orthogonal basis, for which the condition number equals one.
6. A graphical user interface (GUI) named "GUI_RobustUAV" has been developed, operating in the MATLAB environment. This tool is destined for interactive studying the stability robustness and dynamics of hybrid UAVs with vertical take-off and landing, based on the methods proposed in the dissertation. The GUI "GUI_RobustUAV" allows selecting the parameters perturbations model (additive or multiplicative) and the type of the control system's regulators (Lead-Lag or PID). Stability robustness analysis and regulator parameters' selection can be performed using Nyquist, Bode, and Nichols plots of the characteristic gain loci of the UAV's open-loop control system.

ԵԶՐԱԿԱՑՈՒԹՅՈՒՆ

1. Ատենախոսությունը նվիրված է բազմառոտոր և հիբրիդային թևավոր ԱԹՍ-ների կառավարման համակարգերի կայունության ռոբաստության ուսումնասիրման մեթոդների մշակմանը՝ ուղղահայաց վերթիռի և վայրէջքի ժամանակ՝ հաշվի առնելով այս կառավարման համակարգերի կառուցվածքային և ֆունկցիոնալ առանձնահատկությունները, մասնավորապես շարժիչների արդյունավետության հնարավոր մասնակի կորուստները:
2. ԱԹՍ-ների կառավարման համակարգերի կայունության ռոբաստության վերլուծությունը հիմնված է խոտորման հիմնական մոդելի և փոքր ուժեղացման գործակցի թեորեմի վրա, որոնք կիրառվում են բազմաչափ փոխկապակցված կառավարման համակարգերի համար: Պարամետրերի խոտորումները կարող են ներկայացվել որպես ադիտիվ կամ մուլտիպլիկատիվ մատրիցային անորոշություններ, իսկ կայունության ռոբաստության բավարար պայմանները արտահայտվում են բաց կառավարման համակարգի հաճախակային բնութագրերի միջոցով:
3. Ցույց է տրվել, որ ադիտիվ անորոշությունների ընդհանուր դեպքում ԱԹՍ-ի նախնական (չխոտորված) կառավարման համակարգը ներկայացվում է անկյունագծային փոխանցման մատրիցով՝ ըստ համակարգի ելքային վեկտորի, կամ, այլ կերպ ասած, ներկայացվում է համակարգի հավելյալ

զգայունության մատրիցով: Մուլտիպլիկատիվ անորոշությունների դեպքում ոչ խոտորված համակարգը նկարագրվում է անկյունագծային փոխանցման մատրիցով՝ ըստ սխալի վեկտորի (կամ ըստ համակարգի զգայունության մատրիցի): Կայուն ռոբաստության բավարար պայմանների գրաֆիկական պատկերումը ներկայացված է որոշ «արգելված» տարածքների («արգելված» շրջանագծերի) տեսքով՝ ԱԹՍ-երի բաց կառավարման համակարգի առանձին կապուլինների Նայքվիստի հոդոգրաֆների հարթության վրա: Սա հնարավորություն է տալիս նախագծել համակարգերի առանձին կապուլինների կարգավորիչները՝ օգտագործելով դասական կառավարման տեսության հայտնի մեթոդներ:

4. Ուսումնասիրվել է կամայական N -չափանի միատիպ բազմաչափ կառավարման համակարգերի ընդհանուր դասի կայունության ռոբաստության վերլուծության խնդիրը, այսինքն՝ բազմաչափ փոխադարձ կապերով համակարգերը՝ առանձին կապուլինների նույնական փոխանցման ֆունկցիաներով և կոշտ փոխադարձ կապերով, որոնք նկարագրվում են թվային քառակուսի մատրիցով: Միատիպ կառավարման համակարգերի դասը թույլ է տալիս ավելի մանրամասն նկարագրել ($N=4$ -ի համար) հիբրիդային ԱԹՍ-ի կառավարման համակարգը՝ ուղղահայաց վերթիռի և վայրէջքի ռեժիմներում առանձին կապուլինների նույնական կարգավորիչներով, շարժիչների արդյունավետության հնարավոր մասնակի կորուստների դեպքում:
5. Ցույց է տրվել, որ ինչպես կոշտ փոխադարձ կապերի թվային մատրիցի, այնպես էլ առանձին կապուլինների նույնական փոխանցման ֆունկցիաների սկալյար մատրիցի աղիտիվ և մուլտիպլիկատիվ խոտորումների դեպքում կայունության ռոբաստության բավարար պայմանները պահանջում են, որ բաց համակարգի բնութագրիչ հոդոգրաֆները չհատեն որոշ «արգելված» շրջանագծեր Նայքվիստի հարթությունում: Ցույց է տրվել, որ այս «արգելված» շրջանագծերի շառավիղները մեծանում են համակարգի մոդալ մատրիցի պայմանականության թվի մեծացման հետ: Սա նշանակում է, որ միատիպ համակարգի կայունության ռոբաստությունը վատթարանում է, երբ համակարգի կանոնական բազիսը շեղվում է օրթոգոնալ բազիսից, որի համար պայմանավորվածության թիվը հավասար է մեկի:
6. MATLAB միջավայրում մշակվել է օգտագործողի գրաֆիկական ինտերֆեյս (ՕԳԻ), որը կոչվում է «GUI_RobustUAV»: Այս գործիքը նախատեսված է ուղղահայաց վերթիռով և վայրէջքով հիբրիդային ԱԹՍ-երի կայունության ռոբաստության և դինամիկայի ինտերակտիվ ուսումնասիրության համար՝ հիմնվելով ատենախոսությունում առաջարկված մեթոդների վրա: «GUI_RobustUAV»-ը թույլ է տալիս ընտրել պարամետրերի խոտորման

մոդելը (ադիտիվ կամ մուլտիպլիկատիվ) և կառավարման համակարգի կարգավորիչների տեսակները (Lead-Lag կամ PID): Կայունության ոռբաստության վերլուծությունը և կարգավորիչների պարամետրերի ընտրությունը կարող են իրականացվել ԱԹՍ-ի բաց կառավարման համակարգի Նայքվիսթի, Բոդեի և Նիկոլսի բնութագրիչ հոդոգրաֆների միջոցով:

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

иссертация посвящена разработке методов изучения робастности устойчивости систем управления много-роторными БПЛА и гибридными БПЛА с фиксированным крылом при вертикальном взлете и посадке с учетом структурных и функциональных особенностей этих систем управления, включая возможные частичные потери эффективности двигателей.

нализ робастности устойчивости систем управления БПЛА основан на базовой модели возмущений и теореме малого приращения, применяемых к многомерным перекрестно связанным системам управления с обратной связью. Возмущения параметров могут быть представлены в виде аддитивных или мультипликативных матричных неопределенностей, а достаточные условия робастности устойчивости выражены через характеристики амплитудно-фазовых частотных характеристик разомкнутой системы управления.

оказано, что в общем случае аддитивных возмущений исходная (не возмущенная) система управления БПЛА представляет собой диагональную матрицу передачи относительно вектора выходов системы, или, иначе говоря, матрицу дополнительной чувствительности системы. Для мультипликативных возмущений не возмущенная система описывается диагональной матрицей передачи относительно вектора ошибок (или матрицей чувствительности системы). Графическая интерпретация достаточных условий робастности устойчивости представлена в виде «запрещенных» областей («запрещенных» окружностей) на плоскости годографов Найквиста отдельных каналов разомкнутой системы управления БПЛА. Это позволяет проектировать регуляторы отдельных каналов системы с использованием известных методов классического (SISO) управления с обратной связью.

ассматривается задача анализа робастности устойчивости общего класса однородных многомерных систем управления произвольной размерности N , то есть многомерных перекрестно связанных систем с идентичными передаточными функциями отдельных каналов и жесткими перекрестными связями, описываемыми числовой квадратной матрицей. Класс однородных систем позволяет более детально описать (для $N=4$) систему управления гибридного БПЛА с идентичными регуляторами в отдельных каналах в режимах вертикального взлета и посадки, в случае возможных частичных потерь эффективности двигателей.

оказано, что для аддитивных и мультипликативных возмущений числовой матрицы жестких перекрестных связей или скалярной матрицы идентичных передаточных функций отдельных каналов однородной системы достаточные

условия робастности устойчивости требуют, чтобы характеристики амплитудно-фазовых частотных характеристик разомкнутой системы не пересекали определенные «запрещенные» окружности на плоскости Найквиста. Установлено, что радиусы этих «запрещенных» окружностей увеличиваются с ростом числа обусловленности модальной матрицы системы. Это указывает на то, что робастность устойчивости однородной системы ухудшается, если канонический базис системы отклоняется от ортогонального базиса, для которого число обусловленности равно единице.

Разработан графический интерфейс пользователя (GUI) под названием предназначен для интерактивного изучения робастности устойчивости и динамики гибридных БПЛА с вертикальным взлетом и посадкой на основе методов, предложенных в диссертации. GUI "GUI_RobustUAV" позволяет выбирать модель возмущений параметров (аддитивную или мультипликативную) и тип регуляторов системы управления (Lead-Lag или PID). Анализ робастности устойчивости и выбор параметров регуляторов могут быть выполнены с использованием диаграмм Найквиста, Боде и Николса для характеристических амплитудно-фазовых частотных характеристик разомкнутой системы управления БПЛА.

