

ՀՀ ԳԱՄ Մաթեմատիկայի

ինստիտուտի տնօրեն

Ռ. Հ. Արամյան



Գագիկ Կարենի Վարդանյանի

“Գասքա-Մաեգթուի վարկածի վերաբերյալ” վերնագրով

Ա 01.07 “Հաշվողական մաթեմատիկա” մասնագիտությամբ ֆիզիկա-մաթեմատիկական գիտությունների թեկնածուի գիտական աստիճանի հայցման ատենախոսության վերաբերյալ

ԱՌԱՋԱՏԱՐ ԿԱԶՄԱԿԵՐՊՈՒԹՅԱՆ ԿԱՐԾԻՔ

Գ. Կ. Վարդանյանի ատենախոսությունը նվիրված է Գասքա-Մաեգթուի վարկածի ուսումնասիրությանը $n = 5$ և $n = 6$ դեպքերում: Հետազոտվում են նաև մաքսիմալ կորերը, n -ստույգ և GC_n բազմությունները:

Հանգույցների (կետերի) բազմությունը հարթության մեջ կոչվում է n -ստույգ, եթե Π_n -ով, այն է՝ $\leq n$ աստիճանի երկու փոփոխականի բազմանդամներով միջարկման խնդիրը միակորեն լուծելի է:

Բազմությունը կոչվում է GC_n , եթե այն n -ստույգ է և յուրաքանչյուր հանգույցի ֆունդամենտալ բազմանդամը գծային արտադրիչների արտադրյալ է: GC_n բազմությունը երկչափանի բազմանդամային միջարկման տեսության մեջ ամենապարզ և պրակտիկայում ամենից հաճախ օգտագործվող n -ստույգ բազմությունն է:

Դժվար չէ ստուգել, որ n -ստույգ բազմություններում առավելագույնը $n + 1$ հանգույց կարող են պատկանել միևնույն ուղղին: Ուղիղը, որը անցնում է ճիշտ $n + 1$ հանգույցով կոչվում է մաքսիմալ: Ըստ Գասքա-Մաեգթուի վարկածի (կարճ՝ GM վարկած), որը առաջադրվել է 1982 թ., ցանկացած GC_n բազմության համար գոյություն ունի մաքսիմալ ուղիղ:

Այս վարկածը մինչ այժմ ապացուցվել է միայն $n = 3, 4, 5$ դեպքերում՝ Մ. Գասքայի և Խ. Մաեգթուի (1982), Խ. Բուշի (1990), Հ. Հակոբյանի, Կ. Յետտերի և Գ. Յիմմերմանի (2014) կողմից, համապատասխանաբար ($n = 2$ դեպքը ակնհայտ է):

GM վարկածը կարևոր դեր է խաղում երկչափ միջարկման տեսության մեջ: Գերջնական հաստատվելու դեպքում մենք կունենանք բոլոր GC_n բազմությունների բավականին պարզ դասակարգումը ըստ դրանցում մաքսիմալ ուղիղների քանակի:

Նշենք, նաև որ հայտնի է GM վարկածի ընդհանրացումը մաքսիմալ կորերի համար:

Ատենախոսությունը բաղկացած է ներածությունից, հինգ գլխից, ամփոփումից և գրականության ցանկից:

Ներածությունում ձևակերպվում են ատենախոսության հիմնական խնդիրները, նպատակները: Նկարագրվում են երկու փոփոխականի բազմանդամային միջարկման տեսության հիմնական փաստերը, հանրահաշվական երկրաչափության հետ ունեցած առնչությունը:

Այա բերվում է ատենախոսության ամփոփ բովանդակությունը, ըստ գլուխների: Նկարագրվում են յուրաքանչյուր գլխի հիմնական արդյունքները:

Առաջին գլխում ներկայացվում է մեկ փոփոխականի միջարկման դասական խնդիրը, որի լուծման երկու հիմնարար սկզբունքները տրվել են Լագրանժի և Նյուտոնի կողմից: Այնուհետև դիտարկվում է երկչափ միջարկման խնդիրը:

Մեկ փոփոխականի բազմանդամային միջարկման դեպքում խնդիրը ստույգ է հանգույցների կամայական բազմության համար, այն պայմանով միայն, որ հանգույցների քանակը հավասար է բազմանդամային տարածության չափողականությանը: Պարզվում է, որ երկչափ բազմանդամային միջարկման դեպքում խնդրի ստույգ լինելը կախված է ոչ միայն հանգույցների քանակից, այլ նաև դրանց երկրաչափական փոխդասավորությունից:

Այստեղ սահմանվում են n -ստույգ, n -անկախ և GC_n բազմությունները և բերվում են դրանց վերաբերյալ հիմնական փաստերը: Այա սահմանվում են մաքսիմալ ուղիղները, հանրահաշվական կորերը, բերվում են դրանց հատկությունները, ինչպես նաև հիմնական հայտնի արդյունքները:

Վերջում ներկայացվում է Գասքա-Մանգրոնի վարկածը:

Երկրորդ գլխում ուսումնասիրվում են n -հանգույցանի ուղիղները GC_n բազմություններում:

$\mathcal{M}(X)$ -ով նշանակենք X -բազմության մաքսիմալ ուղիղների քանակը:

Կասենք հանգույցը k_m տիպի է, եթե հանգույցով անցնում են ճիշտ k հատ մաքսիմալ ուղիղներ: Հայտնի է, որ կարող են լինել միայն 0_m , 1_m և 2_m տիպի հանգույցներ:

Սահմանվում է n -ստույգ X բազմության դեֆեկտ՝

$$def(X) = n + 2 - \mathcal{M}(X) :$$

Այստեղ ապացուցվել է հետևյալ կարևոր առնչությունը GC_n բազմության դեֆեկտի և ℓ n -հանգույցանի ուղղի միջև երբ $n \geq 4$ ՝

$$def(X) = k_0 + 1,$$

որտեղ k_0 -ն ℓ -ի 0_m տիպի հանգույցների քանակն է:

Ավելին ցույց է տրվում, որ

1. ℓ -ում կարող է լինել ոչ ավելի քան մեկ 2_m տիպի հանգույց, և

2. ℓ -ի 1_m տիպի հանգույցների քանակը հավասար է ճիշտ s կամ $s + 1$, որտեղ $s = M(X) - 2$:

Ստացվել են նաև գնահատականներ տվյալ հանգույցով անցնող n -հանգույցանի ուղիղների քանակի համար: Ապացուցվել է, որ չորս այդպիսի ուղիղներ չեն կարող անցնել մեկ հանգույցով (երբ $n \geq 3$):

Երրորդ գլխում բերվել է Գասքայի-Մաեգթուի վարկածի նոր՝ երկրորդ ապացույցը $n = 5$ դեպքի համար, որը հիմնականում հետևում է հայտնի ապացույցի սխեմային, բայց էապես ավելի պարզ է և ավելի կարճ: Այս ապացույցը առայժմ միակն է սկզբնականից հետո: Նշենք, որ նախորդ՝ $n = 4$ դեպքում հայտնի են տասնյակի հասնող ապացույցներ:

Չորրորդ գլխում կատարվել է կարևոր քայլ Գասքա-Մաեգթուի վարկածի $n = 6$ դեպքի ուսումնասիրության ուղղությամբ: Ապացուցվել է, որ եթե X -ը GC_6 բազմություն է և չունի մաքսիմալ ուղիղ, այսինքն 7-հանգույցանի ուղիղ, ապա X -ի ոչ մի հանգույց չի կարող ունենալ $(6, 6, 6, 4, 3, 2)$ մաքսիմալ բաշխման հաջորդականությունը: Այլ խոսքով, տրված GC_6 բազմության ոչ մի հանգույց չի կարող օգտագործել երեք 6-հանգույցանի ուղիղներ, որոնք բազմության հանգույցներում չեն հատվում:

Նշենք, որ այս արդյունքի անալոգը $n = 5$ դեպքի հայտնի երկու ապացույցներում էլ վճռորոշ դեր է խաղացել:

Հինգերորդ գլխում ուսումնասիրվում են մաքսիմալ կորերը n -ստույգ բազմություններում: Հայտնի է, որ $k \leq n$ աստիճանի հանրահաշվական կորը կարող է անցնել n -ստույգ բազմության ամենաշատը $d(n, k) := N_n - N_{n-k}$ հանգույցով, որտեղ $N_n = \dim \Pi_n$: Կորերը, որոնք անցնում են ճիշտ $d(n, k)$ հանգույցով կոչվում են մաքսիմալ: Աշխատանքում ընդհանրացվել են մաքսիմալ կորերի հայտնի հատկություններ, որոնք ապացուցել է Լ. Ռաֆայելյանը, ինչպես նաև ապացուցվել են նոր հատկություններ: Մասնավորապես, դիցուք f_1, f_2 -ը համապատասխանաբար s_1 և s_2 աստիճանի մաքսիմալ կորեր են, որոնք չունեն ընդհանուր կոմպոնենտ: Այդ դեպքում դրանց հատման կետերի ճշգրիտ թիվը, n -ստույգ X բազմության մեջ, ներկայացվում է Հիլբերտի ֆունկցիայի միջոցով՝

$$\#J_X = H_{k_1, k_2}^n$$

Գտնվել է նաև ընդհանուր կոմպոնենտով երկու մաքսիմալ կորերի հատման կետերի ճշգրիտ թիվը, այն է՝

$$\#J_X(f_1, f_2) = d(n, m) + H_{s_1, s_2}^{n-m},$$

որտեղ m -ը ընդհանուր կոմպոնենտի աստիճանն է և $s_i = k_i - m$:

Այնուհետև ապացուցվել են նոր արդյունքներ երեք մաքսիմալ կորերի հատման վերաբերյալ, որոնցից յուրաքանչյուր երկուսը փոխադարձաբար պարզ են:

Աշխատանքում բնութագրվում են մաքսիմալ կորերը GC_n բազմություններում, ըստ որի՝ k աստիճանի յուրաքանչյուր մաքսիմալ կոր հանդիսանում է k տարբեր ուղիղների արտադրյալ: Ավելին, եթե Գասքա-Մաեգթուի վարկածը ճիշտ է $\leq n$ աստիճանների բազմամոդամների համար, ապա այդ k ուղիղներից առնվազն մեկը մաքսիմալ է:

Աշխատանքում էական թերություններ չեն նկատվել:

Հայցորդը ատենախոսության թեմայով ունի հրատարակված չորս գիտական հոդված և մեկ արստրակտ միջազգային գիտական գիտաժողովում:

Ներկա ատենախոսությունը ավարտուն գիտական հետազոտություն է երկու փուլի ուսման ընթացքում և միջազգային միջարկման տեսության բնագավառում:

Աշխատանքում ստացված հիմնական արդյունքները հրապարակված են 4 հոդվածներում և 1 միջազգային գիտաժողովի թեզիսում: Հոդվածներից երեքը տպագրված են ազդեցության գործակից ունեցող ամսագրում: Սեղմագիրն ամբողջությամբ արտացոլում է ատենախոսության բովանդակությունը:

Աշխատանքը բավարարում է ՀՀ ԲԿԳԿ-ի կողմից թեկնածուական ատենախոսություններին ներկայացվող պահանջներին, իսկ հեղինակը՝ Գագիկ Կարենի Վարդանյանը, անկասկած արժանի է Ա 01.07 "Հաշվողական մաթեմատիկա" մասնագիտությամբ ֆիզիկա-մաթեմատիկական գիտությունների թեկնածուի գիտական աստիճանի շնորհմանը:

Աշխատանքի քննարկմանը ներկա են եղել հետևյալ աշխատակիցները. Ֆ.մ.գ.դ. Գ. Կարագուլյանը, Ֆ.մ.գ.դ. Հ. Հակոբյանը, Ֆ.մ.գ.դ. Ա. Սահակյանը, Ֆ.մ.գ.թ. Գ. Մնացականյանը:

ՀՀ ԳԱԱ Մաթեմատիկայի
ինստիտուտի Իրական
անալիզի բաժնի վարիչ



Գ. Ա. Կարագուլյան

4 հունիս, 2026թ