

ՌՌՀ-ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ
ՌՀՀ գիտական գծով պրոռեկտոր

Ռուս-հայկական համալսարան, 0051 Երևան, Ղուկասի Էմիլի փողոց 123

Երևանի Պետական Համալսարան
Ինֆորմատիկայի և կիրառական մաթեմատիկայի ֆակուլտետ
050 մասնագիտական խորհուրդ
Ալեք Մանուկյան, 1
0025 Երևան, Հայաստան



15 հունիս, 2026 թ.

Առաջատար կազմակերպության գրախոսություն

Հարգելի պրն. Գևորգյան,

Ներկա նամակին կցում եմ Ռուս-հայկական համալսարանի պաշտոնական կարծիքը *Համալսարանի Վարոսի Միջառնակային* «Գրաֆների կողային քրոմատիկ գումարների հետազոտում» թեմայով ատենախոսության վերաբերյալ, Ա.01.09 «Մաթեմատիկական կիբեռնետիկա և մաթեմատիկական տրամաբանություն» մասնագիտությամբ ֆիզիկամաթեմատիկական գիտությունների թեկնածուի հայցման համար:

Հարգանքներով՝

Պրոֆեսոր Պարգև Սերգեյի Ավետիսյան
ՌՀՀ գիտական գծով պրոռեկտոր

Ռուս-հայկական համալսարան,
Երևան, Հայաստանի Հանրապետություն

Երևանի Պետական Համալսարան
Ինֆորմատիկայի և կիրառական մաթեմատիկայի ֆակուլտետ
050 մասնագիտական խորհուրդ

Առաջատար կազմակերպության գրախոսություն

Համլետ Վարոսի Միքաելյանի
«Գրաֆների կողային քրոմատիկ գումարների
հետազոտում» թեմայով թեկնածուական
ատենախոսության վերաբերյալ

Ա.01.09 «Մաթեմատիկական կիբեռնետիկա և
մաթեմատիկական տրամաբանություն»
մասնագիտությամբ ֆիզիկամաթեմատիկական
գիտությունների թեկնածուի աստիճանի հայցման համար

Ներկայացնում ենք Ռուս-հայկական համալսարանի մաթեմատիկական կիբեռնետիկայի ամբիոնի Նիստի արձանագրությունը (N: 5, 12-ը հունիսի 2026 թ.), որտեղ քննարկվում էր Համլետ Վարոսի Միքաելյանի «Գրաֆների կողային քրոմատիկ գումարների հետազոտում» թեմայով թեկնածուական ատենախոսությունը: Նիստին մասնակցում էին ֆիզ.-մաթ. գ. դ. Ռ. Յ. Արամյանը, ֆիզ.-մաթ. գ. դ. Ա. Ա. Չուբարյանը, ֆիզ.-մաթ. գ. թ. Պ. Ա. Պետրոսյանը, ֆիզ.-մաթ. գ. թ. Տ. Է. Փիլիպոսյանը, ֆիզ.-մաթ. գ. թ. Ս. Ս. Դավիդովը, ֆիզ.-մաթ. գ. թ. Ա. Ն. Պետրոսյանը, ֆիզ.-մաթ. գ. թ. Տ. Կ. Պետրոսյանը:

Համլետ Վարոսի Միքաելյանի ատենախոսությունում հետազոտված են գրաֆների կողային քրոմատիկ գումարների գնահատման, գումարային կողային ներկումների կառուցման և կողային ամրությունների հաշվման խնդիրներ: Գրաֆների տարբեր սահմանափակումներով ներկումները հանդիսանում են դիսկրետ մաթեմատիկայի կարևոր, արդի, արագ զարգացող և բազմաթիվ կիրառություններ ունեցող ուղղություններից մեկը: Այս ոլորտում կատարվելիք հետազոտությունները ունեն ինչպես տեսական, այնպես էլ կիրառական նշանակություն:

Ատենախոսությունը բաղկացած է ներածությունից և երեք գլուխներից:

Թեմայի արդիականությունը հիմնավորված է **Ներածությունում**, որտեղ զետեղված են նաև հայտնի արդյունքները, հետազոտման եղանակները, գիտական և գործնական կարևորությունը:

Գլուխ 1-ում հետազոտվում են գրաֆների կողային քրոմատիկ գումարների գնահատման խնդիրները, ինչպես ընդհանուր գրաֆների դեպքում, այնպես էլ գրաֆների որոշ դասերի համար, որոնցից են երկկողմանի գրաֆները, արտաքաին հարթ գրաֆները, ֆիբոնաչիի խորանարդները և պարզ ցիկլերի աստիճանները: Տրվում են ստորին և վերին հասանելի գնահատականներ G գրաֆի $\Sigma'(G)$ պարամետրի համար՝ արտահայտված գրաֆային տարբեր պարամետրերի միջոցով, ինչպիսիք են գրաֆի զագաթների և կողերի քանակները, քրոմատիկ ինդեքսը, առավելագույն աստիճանը և աստիճանային հավաքածուն, առավելագույն

գուգակցման հզորությունը: Մասնավորապես, ապացուցվում է, որ կամայական $G = (V, E)$ գրաֆի համար $\Sigma'(G) \leq \frac{1}{2} \sum_{v \in V} d_G(v)^2$ և $\Sigma'(G) \leq \frac{1}{2} |E(G)|(\chi'(G) + 1)$: Երկկողմանի գրաֆների համար ապացուցվում է հետևյալ վերին գնահատականը $\Sigma'(G)$ պարամետրի համար. $\Sigma'(G) \leq \frac{1}{2} \sum_{v \in V} d_G(v)^2 - |E| + |V| - 1$: Առաջին գլխում հետազոտվել են նաև արտաքին հարթ գրաֆների կողային քրոմատիկ գումարները և ստացվել է հետևյալ վերին գնահատականը. $\Sigma'(G) \leq \frac{1}{2} \sum_{v \in V} d_G(v)^2 - |E| + |V|$ Ավելին, այս վերին գնահատականը հասանելի է: Նշենք, որ նույն պարագրաֆում տրվել է նաև երկկողմանի երկկապակցված արտաքին հարթ գրաֆների համար $\Sigma'(G)$ պարամետրի հասանելի վերին գնահատական: Նույն գլխում ստացվում է նաև ֆիբոնաչիի խորանարդների կողային քրոմատիկ գումարների հասանելի վերին գնահատական, ինչպես նաև գտնվում են պարզ ցիկլերի աստիճանների կողային քրոմատիկ գումարների և կողային ամրությունների ճշգրիտ արժեքները: Մասնավորապես, ապացուցվում է, որ n երկարության պարզ ցիկլի m -րդ աստիճանի համար այդ պարամետրերն ընդունում են հետևյալ արժեքները. $\Sigma'(C_n^m) =$

$$\begin{cases} \frac{nm(2m+1)}{2}, & \text{երբ } n - \text{ը գույգ է,} \\ \frac{m(n+1)(2m+1)}{2}, & \text{հակառակ դեպքում} \end{cases} \quad \text{և } s'(C_n^m) = \begin{cases} 2m, & \text{երբ } n - \text{ը գույգ է,} \\ 2m + 1, & \text{հակառակ դեպքում:} \end{cases}$$

Գլուխ 2-ում ուսումնասիրվում են գրաֆների տարբեր արտադրյալների կողային քրոմատիկ գումարների գնահատման, գումարային կողային ներկումների կառուցման և կողային ամրությունների որոշման խնդիրներ: Մասնավորապես, այս գլխում դիտարկվել են գրաֆների հետևյալ արտադրյալները. թենզորական $(G \times H)$, ուժեղ թենզորական $(G \otimes H)$, ուժեղ $(G \boxtimes H)$, դեկարտյան $(G \square H)$, կորոնա $(G \odot H)$ արտադրյալները, ինչպես նաև գրաֆների կոմպոզիցիաները $(G[H])$: Գրաֆների այդ արտադրյալների կողային քրոմատիկ գումարների համար ստացվել են հասանելի վերին գնահատականներ, իսկ որոշ դեպքերում գտնվել են այդ պարամետրի ճշգրիտ արժեքները: Պետք է նշել, որ նշված արտադրյալների համար որոշ դեպքերում հեղինակի կողմից որոշվել է նաև կողային ամրության ճշգրիտ արժեքը: Մասնավորապես, կամայական $G(n, m)$ -գրաֆի և p -գագաթանի r -համասեռ H գրաֆի համար ($r \in \mathbb{N}$) ստացվել են հետևյալ հասանելի վերին գնահատականները.

$$\begin{aligned} \Sigma'(G \times H) &\leq rp \left(\Sigma'(G) r - \frac{(r-1)m}{2} \right), \\ \Sigma'(G \otimes H) &\leq (r+1)p \left(\Sigma'(G) (r+1) - \frac{rm}{2} \right), \\ \Sigma'(G \boxtimes H) &\leq (r+1)p \left(\Sigma'(G) (r+1) - \frac{rm}{2} \right) + \frac{nrps'(G \otimes H)}{2} + n \Sigma'(H), \\ \Sigma'(G[H]) &\leq n \Sigma'(H) + \frac{nrp^2s'(G)}{2} + p^3 \Sigma'(G) - \frac{p^2(p-1)m}{2}: \end{aligned}$$

Երկրորդ գլխի դեկարտյան արտադրյալներին նվիրված պարագրաֆում տրվել են ցանցային տիպի գրաֆների $\Sigma'(G)$ և $s'(G)$ պարամետրերի ճշգրիտ արժեքները: Մասնավորապես,

$$\Sigma'(P_n \square P_m) = \begin{cases} 5nm - 4n - 4m + 2, & \text{երբ } n - \text{ը կամ } m - \text{ը գույգ է,} \\ 5nm - 4n - 4m + 4, & \text{հակառակ դեպքում,} \end{cases} s'(P_n \square P_m) = \Delta(P_n \square P_m):$$

$$\Sigma'(C_n \square P_m) = \begin{cases} 5nm - 4n, & \text{երբ } n - \text{ը կամ } m - \text{ը գույգ է,} \\ 5nm - 4n + 3, & \text{հակառակ դեպքում,} \end{cases} s'(C_n \square P_m) = \Delta(C_n \square P_m):$$

$$\Sigma'(C_n \square C_m) = \begin{cases} 5nm, & \text{երբ } n - \text{ը կամ } m - \text{ը գույգ է,} \\ 5nm + 5, & \text{հակառակ դեպքում,} \end{cases}$$

$$s'(C_n \square C_m) = \begin{cases} 4, & \text{երբ } n - \text{ը կամ } m - \text{ը գույգ է,} \\ 5, & \text{հակառակ դեպքում} \end{cases}:$$

Գլուխ 3-ում հետազոտվում են լրիվ բազմակողմանի գրաֆների կողային քրոմատիկ գումարի գնահատման և գումարային կողային ներկման կառուցման խնդիրները: Մասնավորապես, որոշ լրիվ բազմակողմանի գրաֆների համար տրվում է կողային քրոմատիկ գումարի և կողային ամրության ճշգրիտ արժեքը, ինչպես նաև լրիվ երեքկողմանի ոչ հավասարակշռված գրաֆների համար տրվում են հասանելի վերին գնահատականներ: Պետք է նշել, որ հեղինակի կողմից տրվում են լրիվ բազմակողմանի գրաֆների որոշ դասերի վերին գնահատականներ՝ արտահայտված գագաթների քանակից և կողմերի քանակից: Մասնավորապես, լրիվ բազմակողմանի $K_{n_1, n_2, \dots, n_m}$ գրաֆների համար, որտեղ $n_1, n_2, \dots, n_m \in \mathbb{N}$ ($m \geq 2$) և $n_i \geq \sum_{j=i+1}^m n_j$ ($1 \leq i < m$) ստացվել են կողային քրոմատիկ գումարի և կողային ամրության ճշգրիտ արժեքները.

$$\Sigma'(K_{n_1, n_2, \dots, n_m}) = \frac{1}{2} \sum_{i=2}^m (n_i \sum_{j=1}^{i-1} n_j (\sum_{k=1}^{i-1} n_k + 1)) \text{ և } s'(K_{n_1, n_2, \dots, n_m}) = \sum_{i=1}^{m-1} n_i:$$

Կամայական $n, m, l \in \mathbb{N}$ թվերի համար, որտեղ $2n \geq m \geq l$, $m > n > 1$ և եթե m -ը բաժանվում է երեքի, ապա նաև $1.5n \geq m$, ստույգ է հետևյալ վերին գնահատականը.

$$\Sigma'(K_{2n, m, l}) \leq \frac{l(2n+m)(2n+m+1)}{2} + mn(2m+1):$$

Ստացված արդյունքները մաթեմատիկորեն խիստ ապացուցված են, նոր են, կարևոր են, արդիական են և հետաքրքիր, և կարող են կիրառվել կարգացուցակների տեսության այնպիսի խնդիրներում, որոնցում աշխատանքների կատարման միջին տևողությունը մինիմիզացվում է: Հիմնական արդյունքները հրատարակված են 6 գիտական հոդվածներում և 4 գիտական թեզիսներում, որոնց արդյունքները զեկուցվել են ինչպես տեղական, այնպես էլ միջազգային համաժողովներում:

Ներկայացված սեղմագիրը լիովին համապատասխանում է ատենախոսության բովանդակությանը:

Ամփոփելով վերը ասվածը, փաստում ենք, որ այս ատենախոսությունը իրենից ներկայացնում է ամբողջական գիտական հետազոտություն գրաֆների տեսության բնագավառում:

Այնուհանդերձ ատենախոսությունում տեղ են գտել մի շարք քերականական վրիպակներ և տառասխալներ, որոնց վրա կանգ չենք առնի: Կան նաև առավել էական դիտողություններ:

1. Ատենախոսության 3.3 պարագրաֆում տրվել է որոշ լրիվ երեքկողմանի գրաֆների կողային քրոմատիկ գումարի հասանելի վերին գնահատական (Թեորեմ 3.3.1), սակայն թեորեմի ապացույցում տրամաբանորեն հնարավոր 36 դեպքերից դիտարկվել են միայն 12 դեպքեր՝ նշելով, որ մնացած դեպքերը ստացվում են համանման ձևով:

2. Ատենախոսության 2.3 պարագրաֆում հեղինակի կողմից տրված Թեորեմ 2.3.3-ից հետո ընդհանրացնելով այդ թեորեմի ապացույցի եղանակը, ձևակերպվել է Թեորեմ 2.3.4-ը՝ առանց ապացույցի:

3. Աշխատանքում նշված է, որ 3.1 պարագրաֆի Թեորեմ 3.1.1-ում դիտարկվում են այն լրիվ բազմակողմանի $K_{n_1, n_2, \dots, n_m}$ գրաֆները, որոնց կողմերը բավարարում են $n_i \geq \sum_{j=i+1}^m n_j$ ($1 \leq i < m$) պայմաններին, սակայն նշված չէ այդպիսի գեթ մեկ գրաֆի օրինակ:

Նշենք սակայն, որ դիտողությունները տեխնիկական են և ամենևին չեն անդրադառնում ատենախոսությունում ստացված գիտական արդյունքների վրա:

Ամփոփելով ասվածը, գտնում ենք, որ *Համլետ Վարոսի Միքաելյանի* «Գրաֆների կողային քրոմատիկ գումարների հետազոտում» թեմայով թեկնածուական ատենախոսությունը լիովին բավարարում է Ա.01.09 «Մաթեմատիկական կիբեռնետիկա և մաթեմատիկական տրամաբանություն» մասնագիտությամբ ֆիզիկամաթեմատիկական գիտությունների թեկնածուի գիտական աստիճանի հայցման ներկայացվող աշխատանքների նկատմամբ ԲԿԳԿ-ի բոլոր պահանջներին, իսկ *Համլետ Միքաելյանը* արժանի է հայցվող գիտական աստիճանի շնորհմանը:

Երևան, 15.06.2026թ.

Ֆիզ.-մաթ. գիտությունների դոկտոր,
պրոֆեսոր Ռ. Յ. Արամյան,
Ռուս-հայկական համալսարան,
Կիրառական մաթեմատիկայի և ինֆորմատիկայի ֆակուլտետ

ՌՀՀ գիտական գծով պրոռեկտոր,
պրոֆեսոր Ռ. Ս. Սևեդյան

