

ՊԱՇՏՈՆԱԿԱՆ ԸՆԴԴԻՄԱԽՈՍԻ ԿԱՐԾԻՔ

Ավետիք Հայկի Մանուկյանի «Հատուկ կառուցվածքի մատրիցների Մուր-Պենրոուզի հակադարձման մեթոդների մշակումը» թեմայով
Ա.01.07 – «Հաշվողական մաթեմատիկա» մասնագիտությամբ
ֆիզիկամաթեմատիկական գիտությունների թեկնածուի գիտական աստիճանի հայցման
ատենախոսության վերաբերյալ

Թեմայի արդիականությունը: Գծային հանրահաշվական համակարգերի լուծումը ժամանակակից գիտության և կիրառական մաթեմատիկայի բազմաթիվ խնդիրների հիմքում է: Գործնականում հաճախ առաջանում են անհամատեղելի, վատ պայմանավորված համակարգեր, որոնց ուսումնասիրության և լուծման համար լայնորեն կիրառվում է Մուր-Պենրոուզի փսևդոհակադարձ մատրիցի գաղափարը: Այն կարևոր նշանակություն ունի փոքրագույն քառակուսիների մեթոդում, ազդանշանների մշակման, մեքենայական ուսուցման, դիֆերենցիալ հավասարումների թվային լուծման և այլ կիրառական ոլորտներում:

Հայտնի է, որ ընդհանուր կառուցվածքի մատրիցների Մուր-Պենրոուզի փսևդոհակադարձ մատրիցը սովորաբար հաշվարկվում է եզակի արժեքների վերլուծության SVD-ի միջոցով: Չնայած այդ մեթոդի կայունությանը և լայն կիրառելիությանը՝ այն կարող է պահանջել զգալի հաշվարկային ռեսուրսներ, հատկապես մեծ չափի մատրիցների դեպքում: Մյուս կողմից, կիրառական խնդիրներում հաճախ հանդիպում են հատուկ կառուցվածքի մատրիցներ՝ երկանկյունագծային, երեքանկյունագծային, շեղասիմետրիկ, շեղահերմիտյան և այլ նոսր մատրիցներ: Նման մատրիցների կառուցվածքային առանձնահատկությունների օգտագործումը հնարավորություն է տալիս մշակել ավելի արագ և հաշվարկային առումով օպտիմալ ալգորիթմներ:

Ատենախոսության արդիականությունը պայմանավորված է հենց այդ հանգամանքով. աշխատանքում ուսումնասիրվում են հատուկ կառուցվածք ունեցող մատրիցների դասեր, որոնց համար ստացվում են Մուր-Պենրոուզի փսևդոհակադարձ մատրիցի տարրերի բացահայտ բանաձևեր և դրանց հիման վրա կառուցվում են վերջավոր, ռեկուրենտ և թվաբանական գործողությունների քանակի կարգի տեսանկյունից արդյունավետ ալգորիթմներ: Այս մոտեցումը թույլ է տալիս որոշ դեպքերում խուսափել ընդհանուր նշանակության և համեմատաբար ծավալուն SVD-հիմնված մեթոդների կիրառումից:

Հատկապես կարևոր է, որ ատենախոսությունում դիտարկվում են ոչ միայն տեսական բանաձևեր, այլև դրանց հիման վրա կառուցվում են հաշվարկային ալգորիթմներ: Սա մեծացնում է աշխատանքի կիրառական արժեքը, քանի որ նման ալգորիթմները կարող են օգտագործվել մեծ չափողականության նոսր համակարգերի լուծման, թվային մեթոդների, սպլայնների կառուցման, դիֆերենցիալ հավասարումների տարբերակային սխեմաների և այլ հաշվողական խնդիրների շրջանակներում:

Աշխատանքի համառոտ բովանդակությունը:

Ներածությունում հիմնավորված է թեմայի արդիականությունը, ներկայացված են հետազոտության նպատակը, խնդիրները, օգտագործվող մեթոդները, աշխատանքի գիտական նորույթը և ստացված արդյունքների տեսական ու գործնական նշանակությունը: Նշվում է, որ ընդհանուր կառուցվածքի մատրիցների համար Մուր-Պենրոուզի հակադարձ մատրիցի հաշվարկման հիմնական մեթոդներից է SVD-ն, սակայն հատուկ կառուցվածք ունեցող մատրիցների դեպքում հնարավոր է ստանալ ավելի արդյունավետ, ուղղակի և հաշվարկային առումով օպտիմալ ալգորիթմներ:

Առաջին գլխում ներկայացվել է երեքանկյունագծային հերմիտյան չվերասերված մատրիցների անալիտիկ հակադարձման խնդիրը: Ստացվել են հակադարձ մատրիցի տարրերի հաշվարկման ռեկուրսիվ բանաձևեր և դրանց հիման վրա առաջարկվել է համապատասխան հաշվարկային մեթոդ: Առանձին դիտարկվել են երեքանկյունագծային Տյուպլիցյան մատրիցները, որոնց համար ստացվել են հակադարձ մատրիցի տարրերի բացահայտ արտահայտություններ:

Երկրորդ գլխում դիտարկվել է վերին երկանկյունագծային մատրիցների Մուր-Պենրոուզի հակադարձի հաշվարկման խնդիրը: Վերասերված երկանկյունագծային մատրիցը բաժանվել է համապատասխան բլոկների, և խնդիրը հանգեցվել է առանձին տիպի բլոկների հակադարձման: Ստացվել են ուղղանկյուն երկանկյունագծային բլոկների Մուր-Պենրոուզի հակադարձ մատրիցի տարրերի հաշվարկման բացահայտ բանաձևեր: Այդ բանաձևերի հիման վրա կառուցվել է վերջավոր ալգորիթ, որն ունի օպտիմալ հաշվարկային բարդություն:

Երրորդ գլխում ուսումնասիրվել են իրական երեքանկյունագծային շեղասիմետրիկ մատրիցները: Առանձին դիտարկվել են զույգ և կենտ կարգի մատրիցները: Զույգ կարգի դեպքում մատրիցը չվերասերված է, և ստացվել են հակադարձ մատրիցի տարրերի բացահայտ բանաձևեր: Կենտ կարգի դեպքում մատրիցը վերասերված է, ուստի ուսումնասիրվել է նրա Մուր-Պենրոուզի հակադարձը: Խնդիրը հատուկ ներկայացման միջոցով հանգեցվել է երկանկյունագծային մատրիցի հակադարձման խնդրի: Ստացված բանաձևերի հիման վրա առաջարկվել են հաշվարկային առումով արդյունավետ ալգորիթմներ:

Չորրորդ գլխում հետազոտվել են զրոյական գլխավոր անկյունագծով երեքանկյունագծային շեղահերմիտյան մատրիցները: Ինչպես նախորդ գլխում, այստեղ ևս առանձին դիտարկվել են զույգ և կենտ կարգի դեպքերը: Զույգ կարգի մատրիցների համար ստացվել են հակադարձ մատրիցի տարրերի բացահայտ արտահայտություններ, իսկ կենտ կարգի դեպքում՝ Մուր-Պենրոուզի հակադարձի տարրերի բանաձևեր: Հատուկ ուշադրություն է դարձվել համալիր տարրերի, զուգորդման և շեղահերմիտյան կառուցվածքի պահպանման հարցերին: Արդյունքում կառուցվել է համապատասխան օպտիմալ հաշվարկային ալգորիթմ:

Եզրակացությունում ամփոփվել են աշխատանքի հիմնական արդյունքները՝ ընդգծելով ստացված բացահայտ բանաձևերը և դրանց հաշվարկային արդյունավետությունը:

Ատենախոսության գիտական նորույթը: Ատենախոսության գիտական նորույթը կայանում է հատուկ կառուցվածք ունեցող մի շարք մատրիցների համար Մուր-Պենրոուզի հակադարձի և նրա տարրերի բացահայտ բանաձևերի ստացման, ինչպես նաև այդ բանաձևերի հիման վրա արդյունավետ հաշվարկային ալգորիթմների մշակման մեջ:

- Երեքանկյունագծային հերմիտյան մատրիցների համար մշակվել է հակադարձ մատրիցի տարրերի հաշվարկման բանաձևեր:
- Տյուպլիցյան երեքանկյունագծային հերմիտյան մատրիցների համար ստացվել են հակադարձ մատրիցի տարրերի հաշվարկման բանաձևեր: Այս արդյունքը կարևոր է ինչպես տեսական ուսումնասիրությունների, այնպես էլ այն կիրառությունների համար, որտեղ նման մատրիցներ առաջանում են տարբերակային սխեմաներում և սպլայնների կառուցման խնդիրներում:
- Համալիր վերին երկանկյունագծային մատրիցների համար մշակվել է Մուր-Պենրոուզի հակադարձի հաշվարկման ուղղակի մոտեցում: Վերասերված մատրիցի բլոկային բաժանման միջոցով խնդիրը հանգեցվել է ավելի պարզ կառուցվածք ունեցող բլոկների

հակադարձման, իսկ ուղղանկյուն բլոկների համար ստացվել են տարրերի բացահայտ արտահայտություններ:

- Իրական երեքանկյունագծային շեղասիմետրիկ մատրիցների համար ստացվել են հակադարձի և Մուր-Պենրոուզի հակադարձի տարրերի բանաձևեր՝ կախված մատրիցի կարգի զույգ կամ կենտ լինելուց: Սա ընդլայնում է հատուկ կառուցվածք ունեցող վերասերված մատրիցների կեղծհակադարձման տեսական գործիքակազմը:
- Զրոյական գլխավոր անկյունագծով երեքանկյունագծային շեղահերմիտյան մատրիցների համար ստացվել են Մուր-Պենրոուզի հակադարձ մատրիցի տարրերի բացահայտ բանաձևեր:
- Ստացված բանաձևերի հիման վրա կառուցվել են վերջավոր ռեկուրսիվ ալգորիթմներ, որոնք ունեն հաշվարկային բարդության տեսակետից արդյունավետ կառուցվածք և կարող են դիտարկվել որպես հատուկ մատրիցների համար ընդհանուր SVD-հիմնված մեթոդների այլընտրանքային մոտեցումներ:

Այսպիսով, ատենախոսության գիտական նորույթը ոչ միայն առանձին բանաձևերի ստացման մեջ է, այլև այն մոտեցման մեջ, որով հատուկ կառուցվածք ունեցող մատրիցների կեղծհակադարձման խնդիրները հանգեցվում են ավելի պարզ հաշվարկների:

Դիտողություններ և առաջարկություններ:

- Աշխատանքի համար օգտակար կլինեն եզրակացության կամ ներածության մեջ ունենալ ամփոփիչ աղյուսակ, որտեղ կներկայացվեն մատրիցների դասերը, ստացված հիմնական արդյունքները, կիրառվող մեթոդները և հաշվարկային բարդության գնահատականները:
- Որպես հետագա հետազոտության ուղղություն կարելի է դիտարկել առաջարկվող ալգորիթմների զուգահեռ իրականացումը և դրանց արդյունավետության գնահատումը բազմամիջուկային կամ բաշխված հաշվողական միջավայրերում: Սա հատկապես արդիական է մեծ չափերի նոսր և բլոկային կառուցվածք ունեցող մատրիցների համար:
- Որոշ հատվածներում հանդիպում են բառերի կամ տերմինների սխալ գրություններ: Օրինակ
 - էջ 9-ում հանդիպում է “Teopltiz”, մինչդեռ ճիշտ ձևն է “Toeplitz”,
 - էջ 36-ում հանդիպում է “bidigonal”, ճիշտը՝ “bidiagonal”,
 - էջ 41–42-ում հանդիպում է “drscribed”, ճիշտը՝ “described”,
 - էջ 44-ում հանդիպում է “Pay attension”, ճիշտը՝ “Pay attention”,
 - էջ 60-ում հանդիպում է “signal processng”, ճիշտը՝ “signal processing”,
 - էջ 102-ում հանդիպում է “computatona efforts”, ճիշտը՝ “computational efforts”:

Եզրակացություն: Ավետիք Հայկի Մանուկյանի «Հատուկ կառուցվածքի մատրիցների Մուր-Պենրոուզի հակադարձման մեթոդների մշակումը» թեմայով ատենախոսությունը կատարված է բարձր գիտական մակարդակով, ստացված արդյունքները հավաստի են, ունեն տեսական և կիրառական նշանակություն: Մեղմագիրը լիովին համապատասխանում է ատենախոսությանը:

Կարծում եմ, որ ատենախոսությունը բավարարում է ՀՀ ԲԿԳԿ-ի կողմից գիտական աստիճանների շնորհման կարգի թեկնածուական ատենախոսություններին ներկայացվող բոլոր պահանջներին, իսկ հեղինակը՝ Ավետիք Հայկի Մանուկյանը, արժանի է

Ֆիզիկամաթեմատիկական գիտությունների թեկնածուի գիտական աստիճանի շնորհմանը
Ա.01.07-«Հաշվողական մաթեմատիկա» մասնագիտությամբ:

Պաշտոնական ընդդիմախոս
Ֆիզ.-մաթ. գիտությունների թեկնածու



Ա.Գ. Մանուկյան

Ա.Գ. Մանուկյանի ստորագրության իսկությունը հաստատում եմ
«Սինոփսիս Արմենիա» ՓԲԸ տնօրեն

" 8 " հունիսի 2026թ.

Հ.Զ. Մուսայելյան

