

ՊԱՇՏՈՆԱԿԱՆ ԸՆԴԴԻՄԱԽՈՍԻ ԿԱՐԾԻՔ

Համլետ Վարոսի Միքաելյանի «Գրաֆների կողային քրոմատիկ գումարների հետազոտում» Ա.01.09 «Մաթեմատիկական կիբեռնետիկա և մաթեմատիկական տրամաբանություն» մասնագիտությամբ ֆիզիկամաթեմատիկական գիտությունների թեկնածուի գիտական աստիճանի հայցման համար ներկայացված ատենախոսության վերաբերյալ

Ատենախոսությունը ընդլայնում և խորացնում է գրաֆների կողային քրոմատիկ գումարների, կողային ամրությունների և գումարային կողային ներկումների հետ առնչվող խնդիրների ուսումնասիրությունները, հարստացնելով այդ հետազոտությունները նոր արդյունքներով, մոտեցումներով և տեխնիկական միջոցներով:

Հայտնի է, որ գրաֆների գումարային գազաթային ներկումները, ամրությունը և գազաթային քրոմատիկ գումարները ներմուծվել են Կուբիկայի և Սուպովիտի կողմից 80-ական թվականներին: Ներկումներին նվիրված հետաքրքիր հետազոտություններ իրականացվել են Կուբիկայի, Շվեյքի, Յանսենի, Էրոյոշի, Տոմասսենի, Ալավիի, Մալդեի, Գիարոյի, Յանչևսկու, Կուբալեի, Մալաֆիեյսկու, Հաջիաբուլխասանի, Մեիրաբադիի, Տուսերկանիի, Մարքսի և Սալավատիպուրի կողմից: Գրաֆների քրոմատիկ գումարների կողային տարբերակը առաջարկվել է Ա. Բար-Նոյի, Մ. Բելլարեի, Մ. Հալլդորսոնի, Հ. Շաչնայի, Տ. Թամիրի կողմից 1998 թվականին և գումարային կողային ներկումների մյուս պարամետրի՝ կողային ամրությունների հետ միասին ուսումնասիրվել են բազմաթիվ հետազոտողների կողմից: Այդ հետազոտությունները ցույց տվեցին, որ առավել արժեքավոր դեպքերում (նույնիսկ ենթախորանարդ երկկողմանի հարթ գրաֆների դեպքում) գրաֆի կողային քրոմատիկ գումարը գտնելու խնդիրը NP -լրիվ է, և այդ պատճառով տեսանելի ապագայում դժվար է ակնկալել այդ խնդրի ալգորիթմիկորեն ընդունելի լուծում: Նշված հանգամանքը կարևոր է դարձնում այսպիսի ատենախոսությունը, որը որպես հիմնական նպատակ ունի G գրաֆի կողային քրոմատիկ գումարների գնահատման, գումարային կողային ներկումների կառուցման և կողային ամրության որոշման խնդիրների հետազոտումը:

Ատենախոսությունում դիտարկվել են ոչ կողմնորոշված, առանց օղակների և պատիկ կողերի վերջավոր գրաֆներ, որոնց համար հետազոտվում են գրաֆների կողային քրոմատիկ գումարի, գումարային կողային ներկումների և կողային ամրությունների վերաբերյալ վերոնշյալ խնդիրները: Մասնավորապես, հեղինակի

կողմից տրվել են $\Sigma'(G) \leq \frac{1}{2} \sum_{v \in V} d_G(v)^2$ և $\Sigma'(G) \leq \frac{1}{2} |E(G)|(\chi'(G) + 1)$ հասանելի գնահատականներ կամայական $G = (V, E)$ գրաֆի համար, իսկ գրաֆների որոշ դասերի դեպքում ստացվել են այդ պարամետրերի ճշգրիտ արժեքներ: Միքսելյան Ջամլետի ատենախոսությունում հատուկ ուշադրություն է հատկացվում նախկինում համեմատաբար քիչ ուսումնասիրված գրաֆների դասերի (արտաքին հարթ գրաֆներ, երկկողմանի գրաֆներ, պարզ ցիկլերի աստիճաններ, ֆիբոնաչիի խորանարդներ և այլն) կողային քրոմատիկ գումարների գնահատման և ճշգրիտ արժեքների որոշման խնդիրներին, ինչպես նաև որոշ գրաֆների դասերի դեպքում անդրադարձ է կատարվում գրաֆների գումարային կողային ներկումների մյուս պարամետրի՝ կողային ամրության ճշգրիտ արժեքը գտնելու խնդրին: Մասնավորապես, հեղինակի կողմից ստացվել են գրաֆների որոշ դասերի համար $\Sigma'(G)$ պարամետրի հասանելի վերին գնահատականներ, իսկ ինչ-ինչ գրաֆների համար ստացվել են $\Sigma'(G)$ և $s'(G)$ պարամետրերի ճշգրիտ արժեքները: Ատենախոսությունում տրվել է նաև գրաֆների տարբեր արտադրյալների կողային քրոմատիկ գումարների հասանելի վերին գնահատականներ՝ կախված բաղադրիչների գրաֆային տարբեր պարամետրերից, այդ թվում գագաթների և կողերի քանակներից, կողային քրոմատիկ գումարներից, կողային ամրություններից: Ավելին, որոշ դեպքերում, մասնավորապես ցանցային տիպի գրաֆների համար, ստացվել են կողային քրոմատիկ գումարների՝ բաղադրիչների պարամետրերից արտահայտման բացահայտ բանաձևերը: Այդ գրաֆների դասերի համար տրվել են նաև գումարային կողային ներկումների կառուցման բազմանդամային ալգորիթմներ:

Որպես ատենախոսության հիմնական արդյունքներ անհրաժեշտ են համարում թվարկել հետևյալ արդյունքները.

1. Ստացված են գրաֆների կողային քրոմատիկ գումարների ընդհանուր ստորին և վերին հասանելի գնահատականներ, ավելին ցույց է տրված, որ այդ գնահատականները հասանելի են և կատարված է այդ գնահատականների համեմատական վերլուծությունը (Թեորեմ 1.1.6 էջ 19, Թեորեմ 1.2.4 էջ 23):
2. Ստացված են հասանելի վերին գնահատականներ երկկողմանի գրաֆների, արտաքին հարթ գրաֆների, լրիվ բազմակողմանի գրաֆների, ֆիբոնաչիի խորանարդների կողային քրոմատիկ գումարների համար (Թեորեմ 1.2.5 էջ 24, Թեորեմ 1.3.2 էջ 27, Թեորեմ 1.3.4 էջ 30, Թեորեմ 1.4.1 էջ 35, Թեորեմ 3.3.1 էջ 92):
3. Որոշ համասեռ գրաֆների դասերի համար տրված են կողային քրոմատիկ գումարների և կողային ամրությունների ճշգրիտ արժեքները, ինչպես նաև

առաջարկված են համապատասխան գումարային կողային ներկումների կառուցման բազմանդամային ալգորիթմներ (Թեորեմ 1.5.2 էջ 39, Թեորեմ 2.4.4 էջ 69):

4. Հետազոտված են լրիվ բազմակողմանի գրաֆների կողային քրոմատիկ գումարները և ստացված են մի շարք արդյունքներ լրիվ բազմակողմանի գրաֆների կողային քրոմատիկ գումարների և կողային ամրությունների ճշգրիտ արժեքների վերաբերյալ (Թեորեմ 3.1.1 էջ 81, Թեորեմ 3.2.1 էջ 86):
5. Ստացված են գրաֆների թենզորական, ուժեղ թենզորական, ուժեղ, դեկարտյան, կորոնա արտադրյալների, ինչպես նաև գրաֆների կոմպոզիցիաների կողային քրոմատիկ գումարների հասանելի վերին գնահատականներ (Թեորեմ 2.1.1 էջ 45, Թեորեմ 2.1.5 էջ 47, Թեորեմ 2.2.1 էջ 50, Թեորեմ 2.3.1 էջ 52, Թեորեմ 2.4.1 էջ 66, Թեորեմ 2.4.2 էջ 67, Թեորեմ 2.5.2 էջ 73, Թեորեմ 2.5.5 էջ 76): Ավելին, ցանցային տիպի գրաֆների համար, որոնցից են ցանցերը, գլանները և տորերը, տրված են կողային քրոմատիկ գումարների և կողային ամրությունների ճշգրիտ արժեքները, ինչպես նաև առաջարկված են համապատասխան գումարային կողային ներկումների կառուցման բազմանդամային ալգորիթմներ (Թեորեմ 2.3.5 էջ 57, Թեորեմ 2.3.6 էջ 61, Թեորեմ 2.3.8 էջ 64):

Ատենախոսությունն ունի նաև որոշ թերություններ: Անհրաժեշտ էմ համարում նշել, որ ատենախոսությունում տեղ են գտել մի շարք տառասխալներ և վրիպակներ (Օր.՝ աշխատանքի 47-րդ էջում «կամ» բառի փոխարեն գրված է անգլերեն «or», իսկ 64-րդ էջում «և» բառի փոխարեն՝ անգլերեն «and»: 77 էջի առաջին պարբերության մեջ վերջակետի փոխարեն դրված է միջակետ: 89-րդ էջի առաջին տողում գրված է «մասնակցում ենք», այնինչ պետք է լինի «մասնակցում են»: Աշխատանքի շատ տեղերում «վն» տառերի կապակցության ժամանակ տառերը միակցված են, 43 էջում օգտագործվել է «հանգուկորեն» բառը, որն այդքան էլ տեղին չէ համատեքստում: Որոշ տեղերում կարծում էմ անհրաժեշտ է բառերի տեղափոխություն՝ օրինակ «յուրաքանչյուր կապակցվածության բաղադրիչ» բառակապակցության փոխարեն պետք է օգտագործել «կապակցվածության յուրաքանչյուր բաղադրիչ»): Այսպես օրինակ, 5-6-րդ էջերում գումարային գազաթային ներկման, ինչպես նաև գումարային կողային ներկման սահմանման մեջ բացակայում է ճիշտ գազաթային (կողային) ներկման անվանումը (α): Ատենախոսության 6-րդ էջում նշված է «Գրաֆների գումարային կողային ներկումները, կողային ամրությունը և կողային քրոմատիկ գումարները ներմուծվել են [5, 18, 20]-ում: [5]-ում ցույց է տրվել, որ խնդիրը NP-լրիվ է, ...», բայց չի պարզաբանվել որ խնդրի մասին է խոսքը: Նույն խնդիրը առաջանում է նաև հաջորդ նախադասության մեջ՝ «Այդուհանդերձ, բազմանդամային ժամանակում խնդրի ...»: Աշխատանքի 11-րդ էջում $\alpha'(G)$ -ով նշանակված է G գրաֆի առավելագույն զուգակցումը, սակայն պետք է նշանակված լիներ առավելագույն

գուգակցման հզորությունը: 26 էջում նախադասությունը ձևակերպված է անհաջող՝ «Երկկողմանի գրաֆների համար» արտահայտությունը պետք էր բաց թողնել: Նմանատիպ խնդիր կա 77-րդ էջում՝ «գույն ունի» բառակապակցության փոխարեն պետք է լինի «գույնի»: 30-րդ էջի երկրորդ պարբերության մեջ գրված է «[53]-ի կողմից ցույց է տրվել», մինչդեռ պետք է գրված լինի «[53]-ում ապացուցված է»: Աշխատանքի 40-րդ էջում գրված է «*m* երկարության գուգակցում», փոխարենը պետք է լինի «*m* հզորությամբ գուգակցում»: Սեղմագիրը հիմնականում համապատասխանում է ատենախոսության բովանդակությանը: Այստեղ ևս կան մանր թերություններ, որոնք վերոնշյալ բացթողումները կրկնող վրիպակներ են (4-5-րդ էջերում գումարային կողային ներկման սահմանման մեջ բացակայում է ճիշտ գագաթային (կողային) ներկման անվանումը՝ α) և շարադասության սխալներ են (էջեր 4-ում, 6-ում, 7-ում և 17-ում օգտագործված է «գրաֆների տարբեր դասերի» բառակապակցությունը, այնինչ կարծում եմ, որ պետք է օգտագործվի «տարբեր դասերի գրաֆների» տարբերակը): Համարում եմ, որ ատենախոսության և սեղմագրի մեջ նկատված թերությունները չեն նսեմացնում աշխատանքի արժեքը: Ատենախոսության հիմնական արդյունքներն արտացոլված են հեղինակի կողմից հրապարակված 10 գիտական աշխատանքներում:

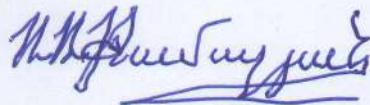
Աշխատանքի հիմնական արդյունքները նոր են և շարադրված են հստակ մաթեմատիկական լեզվով: Ատենախոսությունը լիովին համապատասխանում է Ա.01.09 «Մաթեմատիկական կիբեռնետիկա և մաթեմատիկական տրամաբանություն» մասնագիտությանը:

Սկզբնաղբյուրները հեղինակի կողմից օգտագործված են ճիշտ, ատենախոսության տեքստում գրականության հղումները կատարված են ճշգրիտ, նպատակային կերպով:

Ատենախոսությունն իրենից ներկայացնում է ամբողջական գիտական աշխատանք, որը լիովին բավարարում է ՀՀ Բարձրագույն Կրթության և Գիտության Կոմիտեի կողմից թեկնածուական ատենախոսությունների նկատմամբ ներկայացվող բոլոր պահանջներին, իսկ նրա հեղինակն արժանի է ֆիզիկամաթեմատիկական գիտությունների թեկնածուի գիտական աստիճանի շնորհմանը:

Պաշտոնական ընդդիմախոս,

Ֆիզ.-մաթ. գիտ. դոկտոր՝



Ռ.Ռ. Քաճալյան

16 հունիսի 2026թ.

Ֆիզ.-մաթ. գիտ. դոկտոր Ռ.Ռ. Քաճալյանի ստորագրությունը վավերացնում եմ՝

Մասնագիտական խորհրդի գիտ. քարտուղար,

Ֆիզ.-մաթ. գիտ. դոկտոր՝



Կ.Լ.Ավետիսյան