

ՊԱՇՏՈՆԱԿԱՆ ԸՆԴԴԻՄԱԽՈՍԻ ԿԱՐԾԻՔ

Վահե Գնեղի Սարգսյանի

«Գծային առնչություններից ազատ հավաքածուները դիսկրետ մոդելավորման տիրույթում» թեմայով Ե.13.05 — «Մաթեմատիկական մոդելավորում, թվային մեթոդներ և ծրագրերի համալիրներ» մասնագիտությամբ ֆիզիկամաթեմատիկական գիտությունների դոկտորի աստիճանի հայցման ատենախոսության վերաբերյալ

Ատենախոսությունը նվիրված է դիսկրետ մաթեմատիկայի, աղիտիվ և թվարկման կոմբինատորիկաների արդիական և մեծ նշանակություն պարունակող խնդիրների ուսումնասիրությանը: Աշխատանքի առանցքային թեմաներն են Աբելյան խմբերում և բնական թվերի սկզբնական հատվածներում գծային հավասարումների լուծումներից ազատ հավաքածուների և բազմությունների քանակական վարքագծի գնահատումը, դրանց առավելագույն հզորության որոշումը, կառուցվածքային նկարագրությունը, ինչպես նաև ենթաբազմությունների գումարի տեսքով ներկայացվող բազմությունների քանակի գնահատումը: Ուսումնասիրվող թեման իր բնույթով հիմնարար է, սակայն ունի բազմաթիվ կիրառություններ, ինչպիսին են օրինակ, թվերի գումարման տեսությունը, հարմոնիկ անալիզը, կոդավորման տեսությունը, գաղտնագրությունը, հեռահաղորդակցությունը և հաշվողական երկրաչափությունը:

Թվարկման կոմբինատորիկայում և աղիտիվ կոմբինատորիկայում այնպիսի խնդիրները, որոնցում պետք է գնահատել սահմանափակումներով օբյեկտների քանակը կամ բացահայտել առավելագույն կառուցվածքները, սովորաբար ունեն բարձր բարդություն և դժվարությամբ են ենթարկվում դասական գեներացնող ֆունկցիաների մեթոդին: Հենց այս հանգամանքն է, որ հատկապես կարևոր է դարձնում ատենախոսության խնդիրների լուծման համար առաջադրված մոտեցումը: Հեղինակը առաջարկում է արդի միջազգային գրականության մեջ ակտիվորեն քննարկվող հարցեր, և առաջարկում է դրանց լուծման համար սեփական միասնական գործիքակազմ՝ ընդհանրացված գրանույների մեթոդը և կանոնական հոմոմորֆիզմի վրա հիմնված մեթոդաբանությունը: Աշխատանքի ներածությունը և պրոբլեմի ի հայտ գալու պատմությանը նվիրված բաժնի բովանդակությունը շատ լավ տպավորություն են թողնում: Այդ բաժիններում ընդգրկված են թեմայի դասական և նորագույն արդյունքների ճիշտգրիտ նկարագրումը և բաց խնդիրների շրջանակը:

Թեմայի նպատակները ձևակերպված են հստակ: Ատենախոսության սկզբնական բաժիններում խնդիրը շարադրված է բնական հաջորդականությամբ՝ նախ ներկայացվում են գումարից ազատ բազմությունների և դրանց ընդհանրացումների վերաբերյալ նախորդ արդյունքները, այնուհետև բնական ճանապարհով անցում է կատարվում գումարից ազատ

հավաքածուների գաղափարին և ենթաբազմությունների գումարի տեսքով ներկայացվող բազմությունների ուսումնասիրմանը: Ատենախոսության կառուցվածքը ընթերցողին թույլ է տալիս տեսնել, որ աշխատանքում դիտարկվող հարցերը ոչ թե տարանջատված խնդիրների շարք են, այլ ընդհանուր գաղափարական հենք ունեցող միասնական հետազոտական ծրագիր: Հատկապես դրական է, որ հեղինակը չի սահմանափակվում միայն քանակական գնահատումներով, այլ հետևողականորեն ուսումնասիրում է նաև առավելագույն կառուցվածքների ներքին կազմակերպվածությունը:

Մեթոդաբանական առումով ատենախոսությունը մեծ հետաքրքրություն է ներկայացնում: Հեղինակի մշակած ընդհանրացված գրանույների մեթոդը կիրառվում է ինչպես գումարից ազատ հավաքածուների և բազմությունների, այնպես էլ ենթաբազմությունների գումարի ու տարբերության տեսքով ներկայացվող բազմությունների համար: Այս մոտեցման ուժեղ կողմն այն է, որ այն բարդ կոմբինատոր օբյեկտների հաշվարկը տեղափոխում է ավելի «կոպիտ», բայց հաշվարկելի կառուցվածքային մակարդակ՝ գրանույների լեզու: Մինևույն ժամանակ աշխատանքի մեթոդաբանությունը չի սահմանափակվում մեկ տեխնիկայով. էական դեր են խաղում նաև Փուրյեի գործակիցների վերլուծությունը, կառուցվածք-պատահականություն տրոհման գաղափարը, Աբելյան խմբի և համապատասխան ֆակտոր-խմբի միջև կանոնական հոմոմորֆիզմի հատկությունների նպատակային կիրառությունը, ինչպես նաև թվերի գումարման տեսության դասական գործիքները:

Առանձնապես պետք է ընդգծել աշխատանքի գիտական նորույթը: Ատենախոսությունում մշակվում է գրանույների մեթոդի նոր ընդհանրացում բազմությունների հավաքածուների համար, և այդ գործիքի օգնությամբ ստացվում են.

- գումարից ազատ հավաքածուների քանակի ասիմպտոտիկ գնահատականներ Աբելյան խմբերում (թեորեմ 1.5) և բնական թվերի սկզբնական հատվածում (թեորեմ 1.7),
- գումարից ազատ բազմությունների քանակի յոգարիթմի ասիմպտոտիկ գնահատականներ Աբելյան խմբերում (թեորեմ 3.2) և բնական թվերի սկզբնական հատվածում (թեորեմ 3.4),
- որոշվում են ցիկլիկ խմբերում գումարից ազատ հավաքածուների և բազմությունների առավելագույն հզորությունների ճշգրիտ արժեքներ, իսկ ավելի լայն դասերի համար տրվում են ստորին և վերին գնահատականներ (թեորեմներ 2.4, 2.5):

Աշխատանքի նոր արդյունքներից են նաև առավելագույն ըստ հզորության և ըստ ներառման կառուցվածքների նկարագրությունները (թեորեմներ 2.10, 2.11, 2.14, 3.8, 3.14, 3.20), որոնք խնդիրը քանակական հարթությունից տեղափոխում են կառուցվածքային վերլուծության

մակարդակ: Սա հատկապես արժեքավոր է, քանի որ հենց կառուցվածքային նկարագրություններն են բացում հետագա ընդհանրացումների և կիրառությունների հնարավորությունը:

Ատենախոսության մյուս կարևոր ուղղությունը վերաբերում է տրված թվով ենթաբազմությունների գումարի և տարբերության տեսքով ներկայացվող բազմությունների քանակի գնահատմանը: Այս խնդիրը, լինելով դժվար, աշխատանքի մեջ դիտարկվում է միասնական տրամաբանությամբ: Հեղինակը ստանում է վերին գնահատականներ գրանուլների ընդհանրացված մեթոդի օգնությամբ և կառուցում է ստորին գնահատականներ՝ հիմնվելով մեծ բազային խմբից ֆակտոր-խմբի անցման վրա (թեորեմներ 4.1, 4.2, 5.1): Նման մոտեցումը մեծ հետաքրքրություն է ներկայացնում, քանի որ այն ցույց է տալիս ոչ միայն առանձին արդյունքների ստացման ունակություն, այլև նոր մեթոդաբանության ստեղծում, որը կարող է կիրառվել խնդրի հարակից այլ դասերի դեպքում ևս:

Աշխատանքի կառուցվածքն ամբողջական է և լավ մշակված: Այն բաղկացած է ներածությունից, խնդրի պատմությանը և մեթոդաբանությանը նվիրված բաժիններից, վեց բովանդակային գլուխներից, եզրակացությունից, հավելվածից և հարուստ մատենագրությունից: Գլուխների հերթականությունը բնական է. առաջին երկու գլուխներում դիտարկվում են գումարից ազատ հավաքածուները, հաջորդ գլուխներում՝ գումարից ազատ բազմությունները և զրոյից ազատ կառուցվածքները, ապա դիտարկվում են ենթաբազմությունների գումարի և տարբերության տեսքով ներկայացվող բազմությունները, իսկ վերջին գլխում ներկայացվում են կիրառությունները: Այս կառուցվածքը վկայում է, որ հեղինակն աշխատել է ոչ միայն առանձին արդյունքների ստացման, այլև դրանց ամբողջական գիտական ներկայացման ուղղությամբ: Աշխատանքի վերջին գլխում ստացված տեսական արդյունքները կապվում են կիրառական խնդիրների հետ:

Հեղինակը ցույց է տալիս, որ ուսումնասիրված գումարից ազատ կառուցվածքները կարևոր են Ռ-ամսեյի, թվերի, կոմբինատոր խմբերի տեսություններում և հարմոնիկ անալիզում: Միաժամանակ հավելվածում և կիրառություններին նվիրված բաժնում ներկայացված են տեղեկատվական տեխնոլոգիաների ոլորտի հետ կապերը՝ ալեհավաքների օպտիմալ դասավորություն, ազդանշանների կոդավորում, հաճախականությունների թռիչք, ինտերմոդուլացիոն աղավաղումների նվազեցում և այլն:

Գիտական արդյունքները ստացվել են ժամանակակից մաթեմատիկական ապարատի կիրառմամբ, հիմնված են հստակ սահմանումների և տրամաբանականորեն կառուցված ապացույցների վրա, և ամբողջ աշխատանքում զգացվում է մեթոդաբանական միասնականություն: Աշխատանքը չի սահմանափակվում մեկ-երկու մասնավոր փաստով, այլ ներկայացնում է լայն ծրագրի իրականացում, որի տարբեր մասերը փոխարացնում են միմյանց:

Չնայած աշխատանքի ակնհայտ բարձր մակարդակին՝ կարելի է նշել մի քանի ոչ էական դիտողություն: Որոշ հատվածներում ապացույցներն ու հաշվարկները ներկայացված են բավականին մանրամասն և տեղ-տեղ կարող էին լինել ավելի կոմպակտ՝ ավելի խտացված նշանակումների կիրառմամբ: Բացի այդ, կիրառություններին նվիրված բաժինը հնարավոր էր փոքր-ինչ ընդլայնել թվային օրինակներով կամ լրացուցիչ մոդելավորմամբ, ինչը կուժեղացներ արդյունքների գործնական ընկալումը: Սակայն այս դիտողությունները չեն նվազեցնում աշխատանքի գիտական արժեքը և որևէ կերպ չեն ազդում դրա ընդհանուր բարձր գնահատականի վրա:

Ընդհանուր առմամբ, ատենախոսությունը թողնում է ամբողջական, կայացած և բարձր գիտական մշակույթի տպավորություն: Այն առանձնանում է թեմայի արդիականությամբ, խնդիրների ճշգրիտ ձևակերպմամբ, նոր մեթոդաբանական մոտեցումներով, ստացված արդյունքների էականությամբ և դրանց տեսական ու հնարավոր կիրառական նշանակությամբ: Հեղինակի կողմից մշակված ընդհանրացված գրանուլների մեթոդը, գումարից ազատ հավաքածուների և բազմությունների վերաբերյալ ստացված ասիմպտոտիկ և կառուցվածքային արդյունքները, ինչպես նաև ենթաբազմությունների գումարի տեսքով ներկայացվող բազմությունների քանակի գնահատման ուղղությամբ ստացված պնդումները, ըստ էության, կարևոր ներդրում են ադիտիվ կոմբինատորիկայի և դիսկրետ մոդելավորման բնագավառում:

Ելնելով վերոգրյալից՝ Վահե Գնելի Սարգսյանի «Գծային առնչություններից ազատ հավաքածուները դիսկրետ մոդելավորման տիրույթում» ատենախոսությունը հանդիսանում է ավարտուն, ինքնուրույն, գիտական նորույթ պարունակող և տեսական բարձր արժեք ունեցող հետազոտություն: Աշխատանքում ստացված արդյունքները բավարարում են դոկտորական ատենախոսությանը ներկայացվող պահանջներին, իսկ հեղինակը, անկասկած, արժանի է Ե.13.05 — «Մաթեմատիկական մոդելավորում, թվային մեթոդներ և ծրագրերի համալիրներ» մասնագիտությամբ ֆիզիկամաթեմատիկական գիտությունների դոկտորի գիտական աստիճանի շնորհմանը:

Պաշտոնական ընդդիմախոս

Բորիս Նահապետյան

Փ.մ.գ.դ., պրոֆեսոր, ՀՀ ԳԱԱ թղթակից անդամ

Բ. Նահապետյանի ստորագրությունը հաստատում եմ՝

ՀՀ ԳԱԱ Մաթեմատիկայի ինստիտուտի գիտական քարտուղար



Դ. Դավիդովա

03.07.2026

