

ԿԱՐԾԻՔ ՊԱՇՏՈՆԱԿԱՆ ԸՆԴԴԻՍԱԽՈՍԻ

Վահագն Սուրենի Պողոսյանի

«Ճշգրիտ լուծվող անհավասարակշիռ ցանցային մոդելներ, ալգորիթմներ և ինֆորմացիայի օպտիմալ տարածման սխեմաներ ինքնակազմակերպվող բազմաազենտային համակարգերում» թեմայով Ե. 13.05 «Մաթեմատիկական մոդելավորում, թվային մեթոդներ և ծրագրերի համալիրներ» մասնագիտությամբ տեխնիկական գիտությունների դոկտորի գիտական աստիճանի հայցման գիտական զեկույցի ձևով ատենախոսության վերաբերյալ

Աշխատանքի ընդհանուր բնութագիրը և արդիականությունը

Վ. Ս. Պողոսյանի գիտական զեկույցի ձևով ներկայացված ատենախոսությունը նվիրված է ժամանակակից մաթեմատիկայի, մաթեմատիկական ֆիզիկայի, վիճակագրական մեխանիկայի և համակարգչային գիտության մի շարք փոխկապակցված խնդիրների լուծմանը: Աշխատանքում հետազոտվել են ճշգրիտ լուծվող հավասարակշիռ և անհավասարակշիռ ցանցային մոդելներ, ինքնակազմակերպված կրիտիկականության երևույթի ու քվադրատահական դեգերման օրինաչափություններ, ինչպես նաև պիտակավորված գրաֆների վրա ինֆորմացիայի լրիվ փոխանակման օպտիմալ և խափանումադիմացկուն սխեմաներ: Ստացված որոշ արդյունքներ կիրառվել են բազմաազենտային համակարգեր հանդիսացող ԱԹՍ-ների ինքնակազմակերպվող ապակենտրոնացված երամների ստեղծման համար:

Թեմայի արդիականությունը պայմանավորված է այն հանգամանքով, որ պարզ լոկալ կանոններով սահմանվող դիսկրետ մոդելներում կարող են առաջանալ իրական համակարգերին բնորոշ գլոբալ կառուցվածքներ, ոչ լոկալ կորելյացիաներ, մասշտաբային ինվարիանտություն և կրիտիկական վարք: Այդ երևույթների խիստ նկարագրությունը պահանջում է հավանականությունների տեսության, կոմբինատորիկայի, գրաֆների տեսության, գծային հանրահաշվի, դետերմինանտային մեթոդների, ծնորդ ֆունկցիաների, Ֆուրյեի ձևափոխությունների, ասիմպտոտիկ վերլուծության և այլ մաթեմատիկական մեթոդների համատեղ կիրառում: Հատկապես արժեքավոր են այն մոդելները, որոնց լուծումների համար հնարավոր է ստանալ ճշգրիտ արտահայտություններ: Այդպիսի լուծումները ոչ միայն տալիս են տվյալ համակարգի ամբողջական նկարագիրը, այլև ծառայում են մոտավոր մեթոդների ստուգման չափանիշ:

Աշխատանքի մյուս արդիական ուղղությունը ցանցերում ինֆորմացիայի տարածման gossip և broadcast օպտիմալ կառուցվածքների հետազոտությունն է, որի նպատակն է տալ ստորին գնահատական կամ միաժամանակյա նվազագույնի հասցնել

կանչերի թիվը, տարածման ժամանակը, օգտագործվող կապերի քանակը՝ ապահովելով տրված մակարդակի խափանումների նկատմամբ կայունությունը: Այստեղ բնականորեն միավորվում են էքստրեմալ գրաֆների տեսությունը, ժամանակային պիտակավորումներով աճող ճանապարհների կոմբինատորիկան և կառուցողական ալգորիթմները: Rotor-router մոդելի ու gossip սխեմաների կիրառումը բազմաազենությամբ համակարգերում ցույց է տալիս, որ աշխատանքում նկարագրված մաթեմատիկական կառուցվածքներն ունեն նաև հստակ ալգորիթմական իմաստ:

Ատենախոսության նպատակը և կառուցվածքը

Ատենախոսության նպատակը վիճակագրական մեխանիկայի մի շարք ճշգրիտ լուծվող ցանցային մոդելների մաթեմատիկական հատկությունների, ինքնակազմակերպված կրիտիկականության, բվազիպատահական դեգերման և ինֆորմացիայի տարածման պրոցեսների նախկինում չբացահայտված օրինաչափությունների վերհանումն ու գիտական նորույթ պարունակող տեսական և կիրառական արդյունքների ստացումն է: Աշխատանքի նպատակներից է նաև ստացված տեսական արդյունքների հիման վրա ինքնավար ԱԹՄ-ների ապակենտրոնացված երամի կառավարման ու տարածքի մուլտիլեյերյան ծածկույթի ալգորիթմների մշակումը: Նպատակն իր ծավալով լայն է, սակայն աշխատանքի երեք բաժիններում իրականացվում է հետևողական անցում՝ ճշգրիտ լուծվող մոդելներից դեպի ինֆորմացիայի տարածման օպտիմալ գրաֆային սխեմաներ, ապա՝ դրանց ալգորիթմական կիրառություններ: Կիրառված և մշակված մեթոդների բազմազանությունը համապատասխանում է ուսումնասիրվող խնդիրների բնույթին և աշխատանքի միջոցիցիպլինար ընդգրկմանը:

Գիտական զեկույցը ներառում է ներածություն, երեք հիմնական բաժին, եզրակացություն, 265 աղբյուրից կազմված գրականության ցանկ և հեղինակի՝ թեմային վերաբերող 63 հրապարակումների ցանկը, որոնցից հինգը անհատական աշխատանքներ են: Ատենախոսության հիմնական արդյունքները հրապարակվել են միջազգային մասնագիտական պարբերականներում, այդ թվում՝ բարձր վարկանիշ ունեցող Q1 և Q2 ամսագրերում, ներկայացվել միջազգային գիտաժողովներում և քննարկվել հեղինակավոր գիտական կենտրոնների սեմինարներում: Այս հրապարակումների մակարդակը, դրանց թեմատիկ շարունակականությունը և միջազգային համագործակցությունների շրջանակը վկայում են հեղինակի՝ համապատասխան հետազոտական ուղղություններով միջազգային գիտական հանրությունում կայացած և ճանաչում ստացած հետազոտող լինելու մասին:

Աշխատանքի հիմնական մաթեմատիկական արդյունքների վերլուծությունը

1. Ճշգրիտ լուծվող ցանցային մոդելներ

Առաջին բաժնի սկզբնական մասը վերաբերում է Փոթսի մոդելին, (Totally Asymmetric Simple Exclusion Process) TASEP մոդելին և դայմերային համակարգերին: Անիզոտրոպ սպինային ու կալիբրային Փոթսի մոդելների համար ստացվել են ճշգրիտ վիճակագրական գումարներ և ուսումնասիրվել Ֆիշերի զրոները: Մասնիկներից կախված անցման հավանականություններով օղակաձև TASEP-ի համար կառուցվել է դետերմինանտային լուծում, հետազոտվել է ռելաքսացիոն դինամիկան և ստացվել են ստացիոնար արագության վերջավոր չափի ու թերմոդինամիկական սահմանի արտահայտություններ:

Դայմերային մոդելի կարևոր արդյունքներից է V.S. Poghosyan, V.B. Priezzhev և P. Ruelle հեղինակների «Jamming probabilities for a vacancy in the dimer model» (Physical Review E, 2008) աշխատանքը, որտեղ ծածկող սարդոստայնների ներկայացման միջոցով ստացվել են մոնոմերի շարժունակությունը նկարագրող հավանականությունների դետերմինանտային արտահայտություններ: Գլանային երկրաչափության վրա դայմերային մոդելի տրանսֆեր-մատրիցային ֆորմալիզմը զարգացվել է այնպես, որ հնարավոր լինի տարբերակել չկծկվող ցիկլերի տոպոլոգիական դասերը:

Մաթեմատիկական առումով առավել խորքային արդյունքների շարքին են պատկանում աբելյան ավազահատիկների մոդելի, ծածկող ծառերի և ջնջված ցիկլերով պատահական դեգերումների փոխկապակցված ուսումնասիրությունները: Երկչափ ավազահատիկների մոդելի բարձրությունների հավանականությունների և երկկետ կորելյացիաների համար ստացված ճշգրիտ ասիմպտոտիկ արտահայտությունները հաստատել ու ճշգրտել են լոգարիթմական կոնֆորմ դաշտի տեսության կանխատեսումները: Մասնավորապես, կոմբինատոր հաշվարկներով որոշվել են լոգարիթմական անդամների գործակիցներ, որոնք երկար ժամանակ հայտնի էին միայն թվային կամ դաշտատեսական կանխատեսումների մակարդակով: Աբելյան ավազահատիկների մոդելի ուղղությամբ կարևոր արդյունքները ներկայացված են, մասնավորապես, V.S. Poghosyan, S.Y. Grigorev, V.B. Priezzhev և P. Ruelle հեղինակների «Pair correlations in the sandpile model: A check of logarithmic conformal field theory» (Physics Letters B, 2008) և «Logarithmic two-point correlations in the Abelian sandpile model», (J. Stat. Mech., 2010) աշխատանքներում:

Կարևոր է նաև ծածկող ծառերում նախորդների խնդրի և ջնջված ցիկլերով պատահական դեգերման (LERW) վերադարձի հավանականության միջև կապի ուսումնասիրությունը: Այդ կապի միջոցով ստացված արդյունքները հանգեցրել են երկչափ հավասարաչափ ծածկող ծառերի տեսության հիմնարար հաստատունների ճշգրիտ հաշվարկների և ավազահատիկների մոդելի միջին բարձրության վերաբերյալ հայտնի հարաբերությունների ապացուցմանը:

Ֆիքսված էներգիայով և դիսիպատիվ աբելյան ավազահատիկների մոդելների կապի ուսումնասիրության շրջանակում Su.S. Poghosyan, V.S. Poghosyan, V.B. Priezzhev

և P. Ruelle հեղինակների «Numerical study of correspondence between the dissipative and fixed-energy Abelian sandpile models» (Phys. Rev. E, 2011) աշխատանքում առաջադրվել է շենային և ստացիոնար խտությունների վարքին վերաբերող հիպոթեզ, որը հետազայում ստացել է խիստ մաթեմատիկական ապացույց L. Levine-ի «Threshold state and a conjecture of Poghosyan, Poghosyan, Priezzhev and Ruelle» (Commun. Math. Phys., 2015) աշխատանքում: Սա կարևոր օրինակ է այն բանի, երբ ատենախոսության շրջանակում ձևակերպված գիտական խնդիրը շարունակություն է ստացել միջազգային մաթեմատիկական գրականության մեջ:

Առաջին բաժնի տեսական ուղղությունների միջազգային նշանակությունը հաստատվում է նաև A. Gorsky, S. Nechaev, V.S. Poghosyan և V.B. Priezzhev հեղինակների «From elongated spanning trees to vicious random walks» (Nuclear Physics B, 2013) և V.S. Poghosyan, V.B. Priezzhev հեղինակների $O(n)$ loop մոդելի $n \rightarrow 0$ և $n = 1$ սահմանային դեպքերի համար կորելյացիաներին նվիրված (Journal of Physics A, 2013) աշխատանքներով: Դրանք, ինչպես և վերը նշված հրապարակումները, բազմաթիվ հոդվածներից ընտրված օրինակներ են, որոնք ներկայացնում են ատենախոսության կարևորագույն արդյունքները և ընդգծում դրանց միջազգային գիտական մակարդակը:

Ավագահատիկի մոդելում ռեկուրենտ վիճակների և ծածկող ծառերի միջև փոխմիարժեք համապատասխանության թեորեմը հիմք հանդիսացավ անցում կատարել մաթեմատիկական խիստ ձևակերպվող rotor-router մոդելների հետազոտություններին: Այդ ուղղության առանցքային արդյունքներից է V.I.V. Papoyan, V.S. Poghosyan և V.B. Priezzhev հեղինակների «A loop reversibility and subdiffusion of the rotor-router walk» (Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical, 2015) աշխատանքը, որտեղ ապացուցվել է ցիկլերի դարձելիության հատկությունը և ուսումնասիրվել է rotor-router դեգերման սուբդիֆուզիոն վարքը: Այս արդյունքը կարևոր տեղ է զբաղեցնում ատենախոսության տեսական կառուցվածքում՝ կապելով դետերմինիստական դեգերմումները ծածկող ծառերի և էյլերյան կառուցվածքների հետ:

Աշխատանքում ներկայացված թույլ դարձելիության տարբերակը կարևոր ընդհանրացում է, քանի որ այն թույլ է տալիս սկսել անցողիկ վիճակից, երբ սկզբնական ռոտորային ենթագրաֆը պարտադիր ունիցիկլ չէ: Դոմինոյի կարգավորմանը բավարարող երկուդղորդված կոնտուրի համար ստացվում է ռոտորների հակադարձման վերջավոր գործընթաց և ժամանակների խիստ կարգ, որը տեղեկություն է տալիս ոչ միայն գոյության, այլև դինամիկայի կառուցվածքի մասին:

Բազմամասնիկային տարբերակում արելյան հատկությունը երաշխավորում է վերջնական կոնֆիգուրացիայի անկախությունը մասնիկների շարժման հերթականությունից և բնական մաթեմատիկական հիմք է տալիս մուլտիէյլերյան ծածկման համար: Անվերջ քառակուսային ցանցի և կիսաանվերջ գլանի վրա ստացված

պարուրածն ու պարբերական կառուցվածքները լրացնում են վերջավոր գրաֆների տեսությունը:

Ընդհանուր առմամբ առաջին բաժնում ամփոփված արդյունքները ներկայացնում են հեղինակի երկարատև և հետևողական հետազոտական գործունեության առանցքային մասը և ցույց են տալիս, որ նրա ներդրումը չի սահմանափակվում առանձին հաշվարկներով կամ մոդելներով, այլ ձևավորում է փոխկապակցված գիտական ուղղությունների ամբողջություն:

2. Gossip և broadcast սխեմաների արդյունքները

Երկրորդ բաժնի կենտրոնական գաղափարը պիտակավորված gossip գրաֆների լոկալ փոխատեղման նոր մեթոդն է, որի կիրառման արդյունքում փոխվում է գրաֆի կողային կառուցվածքը՝ չփոխելով ժամանակային պիտակները և պահպանելով լրիվ ինֆորմացիայի տարածման հատկությունը: Մեթոդը կառուցողական է: Այն հնարավորություն է տալիս մեկ հայտնի լուծումից ստանալ սխեմաների ամբողջ ընտանիքներ և ուսումնասիրել դրանց օպտիմալության ու լրացուցիչ սահմանափակումների համատեղելիությունը:

Լոկալ փոխատեղման միջոցով կառուցվել են NOHO սխեմաներ, որոնցում ոչ ոք չի լսում սեփական սկզբնական ինֆորմացիան, բայց լրիվ gossip-ի նվազագույն ժամանակը չի մեծանում: Նույն մեթոդը կիրառվել է նվազագույն կանչերով gossip սխեմաների կառուցման և այլընտրանքային ապացուցման համար: Նվազագույն gossip գրաֆների առանձին ընտանիքների համար տարածման մինիմալ ժամանակը համընկնում է հայտնի ստորին գնահատականի հետ:

Քնյոդելի գրաֆների համաչափ կառուցվածքն օգտագործվել է k-խափանումադիմացկուն սխեմաների կառուցման համար: Հիպոթեզը ապացուցվել է մի շարք կարևոր դասերի համար: Մշակված ծրագրային գործիքների միջոցով հիպոթեզի լայնածավալ թվային հաշվարկային ստուգումները լրացուցիչ հաստատում են նրա ճշտությունը:

4. Մաթեմատիկական արդյունքների ալգորիթմական կիրառումը

Աշխատանքի երրորդ բաժնում rotor-router և gossip ուղղությունների տեսական արդյունքները ստանում են կիրառական մեկնաբանություն ինքնակազմակերպվող ԱԹՄ-ների երամների համար: Rotor-router կանոնները կիրառվում են դետերմինիստական տարածքային ծածկման և աշխատանքի բաշխման, իսկ gossip սխեմաները՝ կապի խափանումների պայմաններում երամի հանգույցների միջև տեղեկատվության տարածման կազմակերպման համար:

Ամպային հարթակը, սիմուլյացիոն միջոցները և փորձարարական ԱԹՄ-ների համակարգերը դիտարկվում են որպես մշակված մոդելների ու ալգորիթմների

իրագործելիությունը հաստատող միջոցներ: Այս բաժնի հիմնական արժեքը տեսական կառուցվածքների ալգորիթմական մեկնաբանությունն ու դրանց կիրառելիության հնարավորությունների բացահայտումն է:

Երրորդ բաժնի արդյունքների միջազգային ներկայացվածության կարևոր օրինակ է S. Poghosyan, V. Poghosyan, S. Abrahamyan, A. Lazyan, H. Astsatryan, Y. Alaverdyan և K. Eguiazarian հեղինակների «Cloud-based mathematical models for self-organizing swarms of UAVs: Design and analysis» (Drone Systems and Applications, 2024) աշխատանքը, որը ցույց է տալիս տեսական արդյունքների զարգացումը դեպի ամբողջական բազմաազենտային համակարգերի նախագծում և վերլուծություն:

Աշխատանքի գիտական նշանակությունը և հավաստիությունը

Ատենախոսության մեջ ներկայացված գիտական արդյունքների հավաստիությունն ապահովվում է խիստ անալիտիկ ու կոմբինատոր մեթոդներով, հայտնի սահմանային ու մասնավոր դեպքերի հետ համեմատությամբ, տարբեր եղանակներով ստացված արտահայտությունների համաձայնությամբ և լայնածավալ թվային սիմուլյացիաների միջոցով համակարգչային ստուգմամբ:

Աշխատանքի կարևորագույն գիտական արժանիքներից է հետազոտության հետևողական զարգացումը՝ հիպոթեզների առաջադրումից մինչև դրանց ամբողջական կամ մասնակի ապացուցումը և ստացված արդյունքների հետագա ընդհանրացումը՝ ապացուցված պնդումների, բաց հիպոթեզների և թվային դիտարկումների հստակ տարբերակմամբ:

Աշխատանքի տեսական նշանակությունը դուրս է առանձին մոդելների շրջանակից: Նույն կոմբինատոր օբյեկտների՝ ծածկող ծառերի, ցիկլերի, էյլերյան շրջայցերի և աճող ճանապարհների կրկնվող դերը տարբեր խնդիրներում ցույց է տալիս աշխատանքի ներքին միասնականությունը և լոկալ կանոններից զլոբալ կազմակերպված վարք ստանալու ընդհանուր գաղափարը:

Դիտողություններ և առաջարկություններ

Աշխատանքի ընդհանուր բարձր գնահատականին զուգահեռ և նրա մաթեմատիկական շարադրանքի վերաբերյալ ունեմ հետևյալ դիտողությունները.

1. Շարադրանքը համասեռ է և նրանում տարբեր կարևորության արդյունքներ ներկայացվում են նույն հարթության վրա ինչը չի օգնում աշխատանքի առանցքային արժեքի ձևավորմանը:
2. Նյութի ծավալը մեծ է, ներառվող գաղափարները պատկանում են տարբեր տիրույթների, սակայն նյութը կարելի էր ներկայացնել սահմանումների, խնդիրների ձևակերպման և լուծումների մեթոդաբանության նկարագրման

ընդունված ճանապարհով, թեկուզ և կենտրոնանալով արդյունքների միայն մեկ մասի վրա բայց նկարագրելով այդ ամենը ինքնամփոփ տեսքով տվյալ սեղմագրի շրջանակներում:

Նշված դիտողությունները վերաբերում են քննարկվող գիտական տերմինների սահմանումների ներառմանը և շարադրանքի ինքնաբավության առավել հստակ ներկայացմանը: Դրանք կասկածի տակ չեն դնում աշխատանքի հիմնական արդյունքների ճշտությունը, գիտական նորույթը կամ արժեքը:

Եզրակացություն

Վ. Ս. Պողոսյանի «Ճշգրիտ լուծվող անհավասարակշիռ ցանցային մոդելներ, ալգորիթմներ և ինֆորմացիայի օպտիմալ տարածման սխեմաներ ինքնակազմակերպվող բազմաազենտային համակարգերում» թեմայով ատենախոսությունը ավարտուն, ինքնուրույն և բարձր միջազգային գիտական մակարդակով կատարված աշխատանք է: Ստացվել են էական նոր արդյունքներ ճշգրիտ լուծվող ցանցային մոդելների, ինքնակազմակերպված կրիտիկականության և ինֆորմացիայի լրիվ փոխանակման օպտիմալ ու խափանումադիմացկուն սխեմաների տեսության մեջ: Արդյունքները հիմնավորված են անալիտիկ և թվային մեթոդներով, ունեն արժեքավոր տեսական նշանակություն և ստացել են հետագա ալգորիթմական ու կիրառական զարգացում:

Ատենախոսության բովանդակությունը համապատասխանում է Ե.13.05 «Մաթեմատիկական մոդելավորում, թվային մեթոդներ և ծրագրերի համալիրներ» մասնագիտությանը և տեխնիկական գիտությունների դոկտորի գիտական աստիճանի հայցման ատենախոսություններին ներկայացվող պահանջներին: Հեղինակը՝ Վահագն Սուրենի Պողոսյանը, արժանի է տեխնիկական գիտությունների դոկտորի գիտական աստիճանի շնորհմանը Ե.13.05 մասնագիտությամբ:

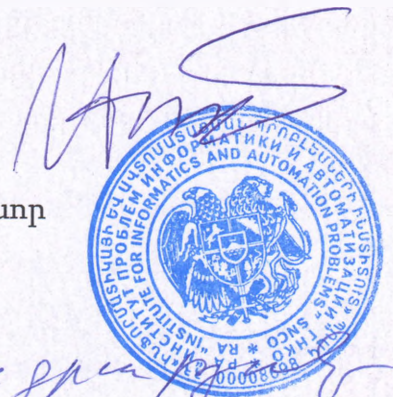
Պաշտոնական ընդդիմախոս՝

ՀՀ ԳԱԱ թղթակից անդամ,

ԻԱՊԻ դիսկրետ մաթեմատիկայի բաժնի ղեկավար,

Ֆիզիկամաթեմատիկական գիտությունների դոկտոր, պրոֆեսոր

Լևոն Հակոբի Ասլանյան



Վ. Մարտիրոսյան
Կապույտ
5.10.26
Վ. Մարտիրոսյան